

Hudební signál a jeho analýza

Jedním ze stále aktuálních problémů, upoutávajících na sebe pozornost akustiků, fyziologů, muzikologů a psychologů, jsou otázky barvy zvuku a jejího vnímání. Už samotný pojem — barva zvuku — je velmi labilní a neexistuje dosud žádná definice, která by jej zcela jednoznačně vysvětlila.

Historický vývoj této problematiky byl úzce spjat se jmény Helmholtze a Stumpfa, jejichž rozdílné názory provázely potom další vývoj hudební akustiky, ve kterém došlo k výraznému oddělení větve fyzikálně akustické a psychoakustické. Avšak současná hudební akustika tyto dvě větve již od sebe neodděluje, naopak při zkoumání metod objektivního hodnocení kvality hudebních signálů hledá vzájemné vztahy mezi fyzikální podstatou hudebního signálu a jeho estetickým účinkem — subjektivním vjemem, opíraje se přitom o nejposlednější poznatky akustiky, fyziologie, psychologie, estetiky a dalších disciplín.

Následující studie se zabývá příčinou subjektivního jevu barvy zvuku — strukturou zvukového signálu. Hudebním signálem už není dnes pouze tón produkovaný lidským hlasem nebo hudebním nástrojem; vyjma některých druhů chvění a zvuků fyziologicky závadných lze jakýkoliv zvuk považovat za hudební signál třeba ve smyslu zvukového objektu v elektroakustické hudbě. Soudobá kompoziční i interpretační praxe ukazuje na nutnost zabývat se hudebním signálem v jeho nejzákladnější podobě fyzikálního jevu. Proto také tato studie přináší základní informace o struktuře hudebního signálu a její analýze tak, jak ji umožňuje současná měřicí a výpočetní technika a zároveň shrnuje některé poznatky o barvě hudebního signálu z jejího kvalitativního hlediska.

1. Základní vlastnosti hudebního signálu

Signálem nazýváme časově proměnnou fyzikální veličinu zobrazu-

jící určitou informaci. Má-li pak tato informace hudební obsah, potom hovoříme o hudebním signálu. V této souvislosti lze se ještě setkat s označením přirozený hudební signál, který je produktem hudebního nástroje či lidského hlasu, kdežto umělý signál je potom produktem generátoru, syntetizéru, počítače či jiného elektronického zařízení. Fyzikální veličina tvořící hudební signál může být **akustická** (ve formě zvukové vlny), **elektrická** (ve formě napětí nebo proudu) nebo dokonce i **optická** (ve formě modulovaného laserového paprsku).

Hudební signál, obecněji zvukový signál, má jako poslední článek svého přenosu lidský sluchový orgán a v tomto okamžiku přechází do roviny subjektivních počitků, kde jedním z nejsložitějších a dosud nejméně objasněných je právě subjektivní vjem **barvy zvuku**. Je to vjem podstatně komplexnější než vjem výšky nebo hlasitosti signálu, protože jej nelze jednoduše kvantizovat jako právě výšku nebo hlasitost signálu. Výška a hlasitost hudebního signálu jsou veličiny „jednorozměrné“ (tón se jeví jako vyšší nebo nižší, silnější nebo slabší), kdežto barva je veličinou „vícerozměrnou“. Barvu tónu tedy chápeme jako jeho subjektivní projev, který není výškou ani hlasitostí, i když je s nimi v organické souvislosti. V některých případech je dokonce barva signálu chápána jako komplexní subjektivní vjem nadřazený vjemu výšky i hlasitosti. Uvedené tři základní subjektivní veličiny — výška, hlasitost, barva charakterizují úplně vjem signálu a jsou odrazem objektivních veličin charakterizujících signál jako takový podle následujícího schematu:

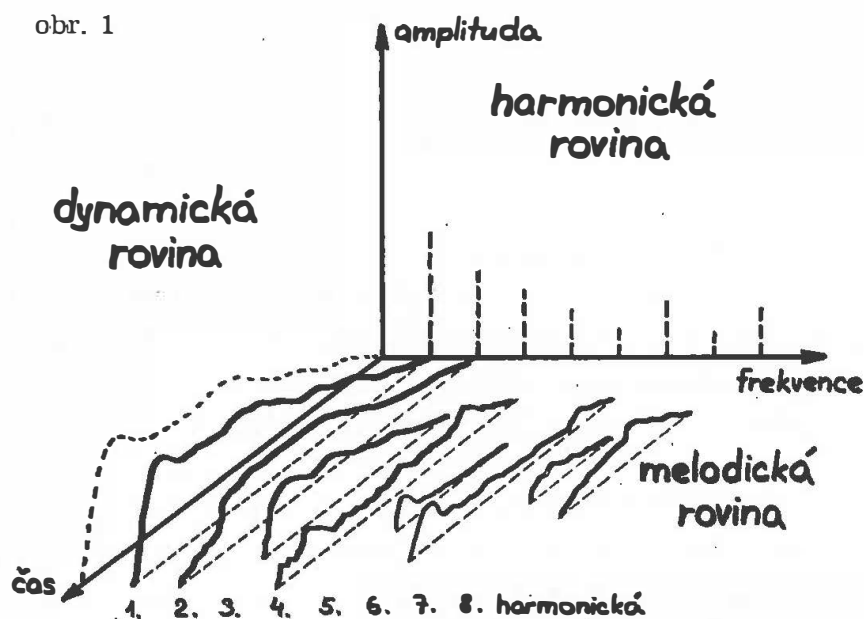
frekvence	—	výška
amplituda	—	hlasitost
spektrum	—	barva

Pro úplnost by bylo nutné doplnit ještě do schematu fázi, aby byl výčet objektivních veličin vyčerpávající, ale k fázi není známa subjektivní paralela, právě tak, jako není znám zcela jednoznačný její vliv na subjektivní vjem. Zvuky lišící se pouze ve fázi vnímá lidské ucho ve většině případů jako totožné (Ohm-Helmholzův zákon), vyjimku tvoří vnímání krátkých tónových impulsů, kde volba počáteční fáze ovlivňuje vjem výšky. Také v některých případech souznění hlubokých tónů mají jejich fázové vztahy vliv na subjektivní vjem. Při změně fáze dochází k změně výšky (Dopplerův efekt), avšak změna fáze a vliv fáze složek na subjektivní vjem jsou stále dosud objektem výzkumu a bude o nich zmínka ještě později.

Podstatné ovšem je, že **objektivní** veličiny, tj. frekvence, amplituda a spektrum jsou na sobě **nezávislé**, naproti tomu **subjektivní** veličiny, tj. výška, hlasitost a barva jsou na sobě **závislé**.

Když k těmto veličinám přiřadíme nezávislé proměnnou — čas,

přejdeme od **statického** pojetí barvy hudebního signálu k jejímu pojetí **dynamickému** jako odrazu časové závislosti struktury tohoto signálu. Vztah uvedených základních veličin v závislosti na čase je možno znázornit trojrozměrným grafem, viz obr. 1.



Do **dynamické roviny** se promítají změny amplitud či úrovně jednotlivých složek tónu v závislosti na čase. Právě v této rovině můžeme sledovat průběh nasazení, výdrže a zániku tónu. Časový průběh trvání tónu lze tedy rozdělit na tři oblasti — oblast nakmitávacích pochodů či tranzientu, oblast zakmitaného stavu tónu a oblast dokmitávacích pochodů. První a třetí oblast se vyznačuje rychlými změnami amplitudy, frekvence a fáze harmonických i neharmonických složek tónu, naproti tomu v druhé oblasti, v zakmitaném stavu probíhají tyto změny podstatně pomaleji. U hudebních nástrojů neperkusního charakteru je existence uvedených tří oblastí zcela zřejmá, kdežto u perkusních nástrojů je oblast zakmitaného stavu nahrazena podstatně zvýrazněným dokmitávacím procesem. Oblasti zániku tónu u neperkusních nástrojů není připisována velká důležitost vzhledem k dozívání tónu v reálném prostoru, avšak u perkusních nástrojů je více či méně tlumený zánik tónu nositelem velké části informace o jeho charakteru. Hlavní část charakteru tónu perkusního nástroje je určena tranzientem, dokmitávací proces dává dodatečnou informaci o barvě tónu. Oblast zakmitaného stavu u neperkusních hudebních nástrojů resp. spektrum této oblasti charakterizuje barvu tónu jako typickou pro daný nástroj. Tranzientní oblast přispívá k této typičnosti takovou měrou, že případné její odstranění nebo podstatná deformace (např. od-

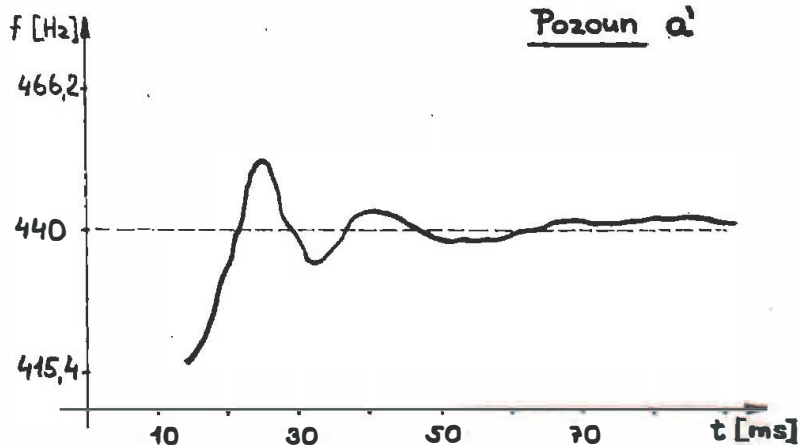
střížením z magnetofonového záznamu) značně ztíží, ne-li přímo znemožní identifikovatelnost uvažovaného hudebního nástroje.

Rozlišení jednotlivých oblastí souvisí s vymezením délky trvání tranzientu, která byla definována pro perkusní nástroje jako doba nutná k dosažení úrovně o 3 dB nižší než je úroveň zakmitaného k dosažení maximální úrovně amplitudy a pro neperkusní nástroje jako doba nutná k dosažení úrovně o 3 dB nižší než je úroveň zakmitaného stavu. Tyto definice, které sice umožňují srovnání různých délek tranzientů mezi sebou, neodpovídají však vývoji vnitřní struktury signálu — mikrostruktury a nerespektují subjektivní vjem tranzientní oblasti. Délku nasazení tónu — tranzientu je lépe definovat na základě rozdílu rychlosti změn probíhajících ve struktuře tónu. Problém předělu mezi jednotlivými oblastmi se postupně stal bezpředmětným, protože současné metody analýzy umožňují zabývat se hudebním signálem v celé délce jeho trvání a tak do důsledků respektovat jeho reálné dynamické pojetí.

V dynamické rovině lze též sledovat průběh amplitudové modulace tónu či tremola, jeho hloubku i rychlost. V oblasti zakmitaného stavu jsou zřetelné fluktuace ustálené hladiny, které jsou pro určitý nástrojový typ charakteristické a mají význačný estetický účín [8]. Dynamiku tónu hudebních nástrojů měříme zvukoměry s vestavěnými korekcemi (váhovými filtry) *A*, *B*, *C* event. i *D*, které přizpůsobují charakteristiku zvukoměru frekvenční závislosti citlivosti lidského ucha při různých hladinách hlasitosti.

Do **melodické roviny** se promítají časové závislosti frekvence všech složek tónu. V ní je možno sledovat průběh nasazení a ustálení výšky tónu, její kolísání v souvislosti s nasazením, výdrží a zánikem tónu v rovině dynamické. V této rovině se zobrazují průběhy frekvenční modulace tónu či vibráta, jeho modulačního zdvihu i rychlosti. Kromě absolutní výšky tónu a jejího průběhu zachycuje melodická rovina též velice závažné vztahy frekvencí harmonických složek tónu. O harmonicitě spektra mluvíme v případě poměru frekvencí harmonických složek jako celých čísel. V praxi hudebních nástrojů se často můžeme setkat s případy neharmonicit spektra, např. u basových pianových strun, žesťových nástrojů apod. Neharmonicita vzniká jednak v důsledku nehomogenit kmitajícího systému (vliv opředení struny) nebo nelinearit rezonančních vztahů.

Měření frekvence a tím i výšky tónu se provádí mnoha metodami, z nichž nejužívanější jsou metody čítačové (počítání počtu period v daném časovém intervalu) nebo stroboskopické. Použití digitální techniky, zejména pak mikroprocesorů, umožňuje měřit okamžitou frekvenci tónu i jeho složek s velmi vysokou přesností až 0,1 centu. Na obr. 2 je zachycena závislost frekvence tónu pozounu na čase při nasazení získaná výpočetní metodou.

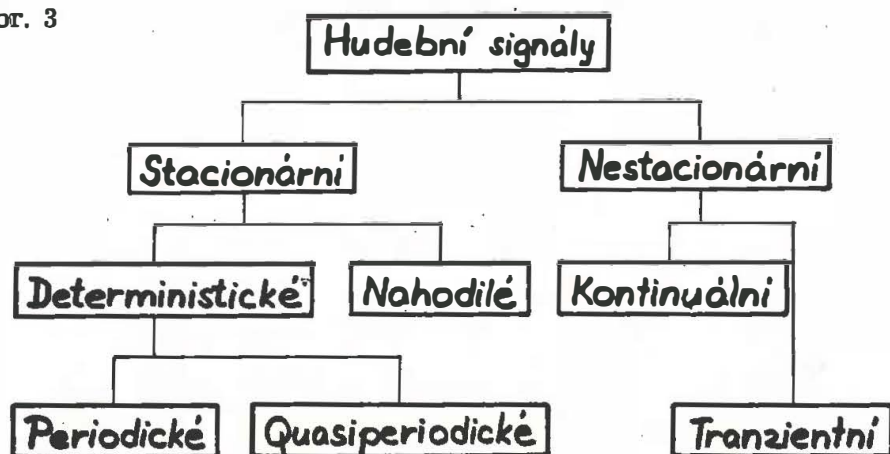


V **harmonické rovině** přecházíme z časové závislosti do závislosti frekvenční. Tato rovina znázorňuje vztahy amplitud všech frekvenčních, harmonických i neharmonických složek tónu. Závislost amplitud těchto složek na frekvenci označujeme jako **amplitudové frekvenční spektrum** signálu. Pokud bychom vyjádřili čtvrtým rozměrem fázi, potom vedle amplitudového spektra obdrželi bychom ještě **fázové frekvenční spektrum**, jako vyjádření závislosti fáze harmonických i neharmonických složek tónu na jejich frekvenci. Pro tato dvě spektra se užívá zkrácené označení — frekvenční a fázové spektrum. Frekvenční spektrum poskytuje informaci o struktuře tónu, tedy o jeho vnitřním uspořádání. V přeneseném smyslu poskytuje tak objektivní informaci o příčinách subjektivního vjemu barvy hudebního signálu. Vedle toho není dosud známo, jakou informaci z hlediska subjektivního vjemu přináší fázové spektrum. Při zkoumání struktury hudebního signálu nelze však toto fázové spektrum opomenout, poněvadž by potom informace o této struktuře byla neúplná.

2. Rozdělení hudebních signálů

Vlastnosti signálu ve frekvenční oblasti jsou v přímé souvislosti s vlastnostmi signálu v oblasti časové. A právě z hlediska této souvislosti lze hudební signály, resp. všechny zvukové signály rozdělit podle schématu na obr. 3 [3].

Za **stacionární** považujeme takové signály, které na dostatečně dlouhém časovém úseku nemění v průměru svoje vlastnosti (amplitudu, frekvenci, fázi, strukturu) a je tudíž lhostejné, ve kterém časovém okamžiku trvání signálu vyjmemme z něho vzorek určený pro analýzu. Vlastnosti **deterministických** stacionárních signálů jsou dány funkčním předpisem pro každý časový okamžik ($y = f(x)$), zatímco vlastnosti **nahodilých** stacionárních signálů jsou dány statistickým rozdělením.



Periodické signály se vyznačují harmonickým spektrem, tj. spektrem, u kterého všechny vyšší frekvenční složky jsou celistvými násobky frekvence základní složky. U **quasiperiodických** signálů tyto frekvenční složky v poměru celých čísel nejsou.

Nestacionární signály mění svoje vlastnosti v závislosti na čase a jsou buď charakteru **kontinuálního** (průběžného) nebo **tranzientního** (přechodového).

Hudební signály jsou tvořeny všemi uvedenými typy signálů a jejich vzájemnými kombinacemi. Periodický charakter mají vydržované tóny hudebních nástrojů, quasiperiodický charakter vykazují např. tóny zvonů. Nahodilý charakter má doznívání činelu, za kontinuální signál je považována řeč a v širším smyslu každé hudební sdělení a tranzientní charakter je typický pro zvuk bicích nástrojů. Reálný hudební signál obvykle pak v sobě spojuje vlastnosti několika uvedených typů signálů.

3. Periodický signál a jeho spektrum

Jako periodický signál označujeme takovou funkci, jejíž průběh se v jistém intervalu stále opakuje. Pro takovou funkci platí

$$f(t) = f(t + nT) \quad (1)$$

kde n je celé číslo,

T perioda a t čas.

To znamená, že funkční hodnota $f(t)$ v daném okamžiku je rovna funkční hodnotě v okamžiku po uplynutí jedné nebo libovolného počtu period. Na obr. 4 je oscilogram průběhu tónu hoboje s dobou periody T , jejíž převrácená hodnota je frekvencí uvedeného tónu.

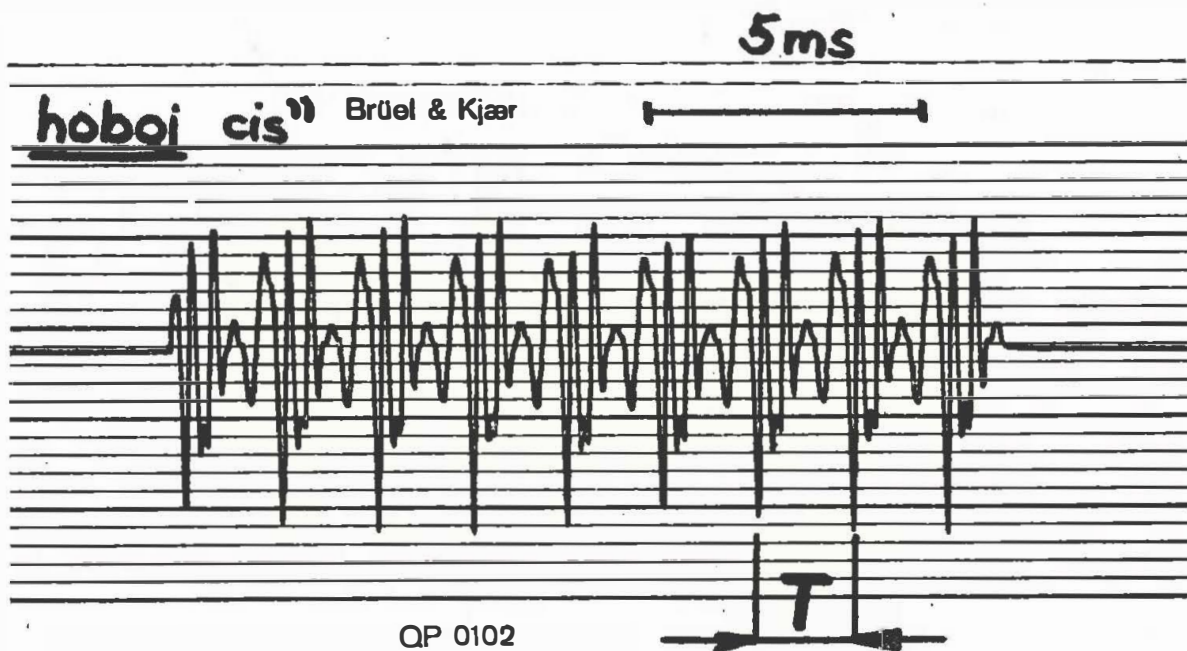
$$f = \frac{1}{T} \text{ [Hz; s]} \quad (2)$$

$$T = 1,8 \text{ ms}$$

$$f = 555 \text{ Hz}$$

což odpovídá tónu cis₂.

obr. 4



Nejjednoduššími signály jsou trigonometrické funkce $\sin t$ a $\cos t$, které mají periodu 2π . Tyto signály nazýváme jednoduchými harmonickými kmity. Průběh takového harmonického kmitu je dán vztahem

$$f(t) = A \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{nebo} \quad f(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (3)$$

kde A je amplituda (maximální hodnota) výchylky $f(t)$

t čas,

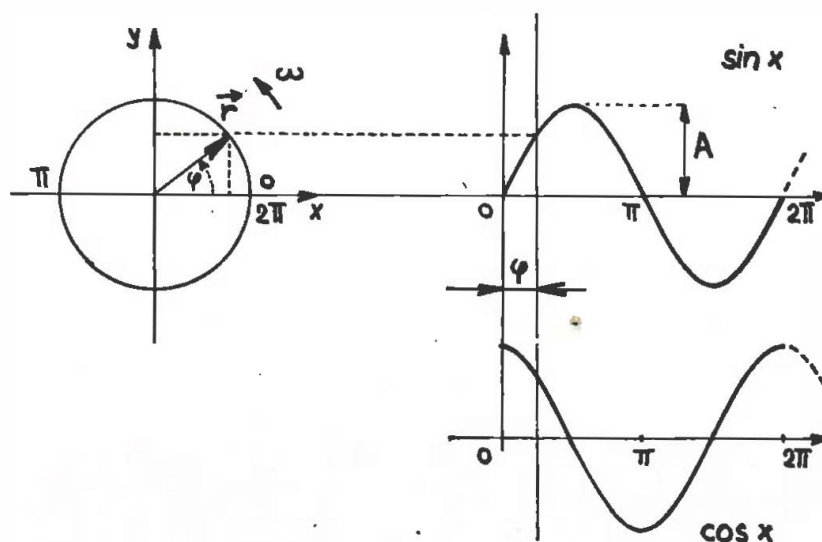
φ fázový posun.

Konstanta ω se nazývá kruhová frekvence, pro níž platí

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (4)$$

Fázový posun nebo úhel je měřítkem časového úseku, o který je posunut první průchod výchylky nulovou polohou vzhledem k zvolenému počátku časové osy $t = 0$ (obr. 5).

Z obr. 5 je zřejmé, že jednoduchý harmonický kmit je možno vyjádřit průnikem rotujícího vektoru r do osy y v případě sinového průběhu a do osy x v případě cosinového průběhu. Pro jejich vzájemný vztah potom platí



$$\sin t = \cos \left(\frac{\pi}{2} - t \right) \quad (5)$$

Maximální hodnota amplitudy, označovaná též jako vrcholová nebo špičková je největší okamžitou hodnotou signálu

$$f(t)_{\max} = A \quad (6)$$

V praxi je velmi důležitá tzv. **efektivní hodnota**, která je měřítkem přenášené energie a je definována vztahem

$$A_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T |f(t)|^2 dt} \quad (7)$$

Vedle efektivní hodnoty je možno ještě definovat **střední hodnotu** (střídavou) jako

$$A_{str} = \frac{1}{T} \int_0^T |f(t)| dt \quad (8)$$

Pro signál sinového průběhu je $A_{ef} = 0,707 A$ $A_{str} = 0,636 A$

Tón sinového průběhu bývá nejčastěji charakterizován jako „kulatý“, avšak i tento tón mění svoji barvu se změnou své hlasitosti a výšky, což jenom potvrzuje komplexnost pojmu barva tónu.

Naprostá většina hudebních signálů má však podstatně složitější průběh (viz obr. 4) než je průběh jednoduchého harmonického kmitu. Pro každý takový signál, který je periodickou funkcí a splňuje tzv. Dirichletovy podmínky, existuje **přidružená trigonometrická řada** — **řada Fourierova**:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos_k \omega t + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin k \omega t \quad (9)$$

pro $k = 1, 2, 3 \dots$

To znamená, že každý obecný periodický děj — signál, v praxi ilustrovaný např. drženým tónem, lze rozložit na nekonečnou řadu jednoduchých harmonických kmitů sinového a cosinového průběhu, které se od sebe liší amplitudami a_k , b_k a frekvencemi $k\omega$. Koeficient a_0 má význam superponované stejnosměrné složky.

Tutéž řadu můžeme napsat ve tvaru

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin(k\omega t + \varphi_k) = \quad (10)$$

$$= \frac{a_0}{2} + A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + A_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) \dots$$

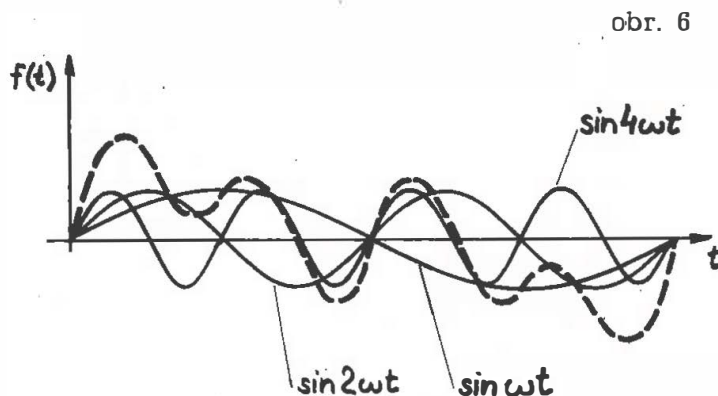
$$\text{kde } A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \quad \text{a} \quad \text{tg } \varphi_k = \frac{b_k}{a_k} \quad (11, 12)$$

Signál $f(t)$ je tvořen součtem jednoduchých harmonických kmitů, jejichž frekvence jsou v poměru **celých** čísel. Kmit s frekvencí ω označujeme jako **první harmonickou** (základní), další kmity s frekvencemi 2ω , 3ω , $4\omega \dots$ jako **vyšší harmonické**. Ve starší literatuře se můžeme setkat s označením alikvotní nebo částkové tóny. Každá harmonická je tedy určena svojí amplitudou, správněji modulem amplitudy A_k a fází φ_k .

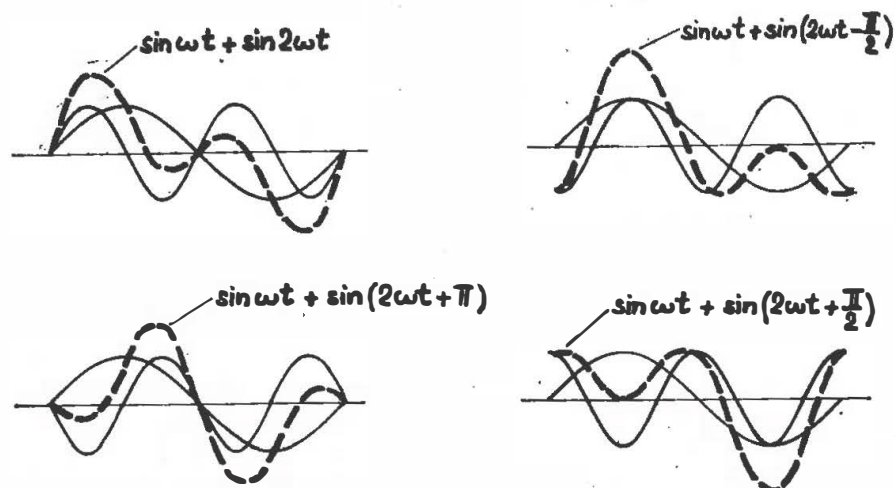
Složený signál ze tří harmonických kmitů podle řady

$$f(t) = \sin \omega t + \sin 2\omega t + \sin 4\omega t \quad (13)$$

přináší obr. 6.



Vliv fáze jednotlivých harmonických na tvar výsledného kmitu je zřejmý z následujícího obr. 7. Ačkoliv se výsledné kmity mezi sebou liší, přesto lidské ucho vnímá dva totožné tóny. Zůstává však otázkou, zda toto platí i u reálných hudebních signálů, které jsou složeny z velkého počtu harmonických. Některá měření ukázala, že vzájemné uspořádání fáze harmonických mezi sebou se může odrazit v kvalitě subjektivního vjemu. O těchto otázkách bude podrobněji hovořeno v dalších kapitolách.



S rozvojem Fourierovy řady se lze setkat i v komplexním tvaru:

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k e^{jk\omega t} \quad (14)$$

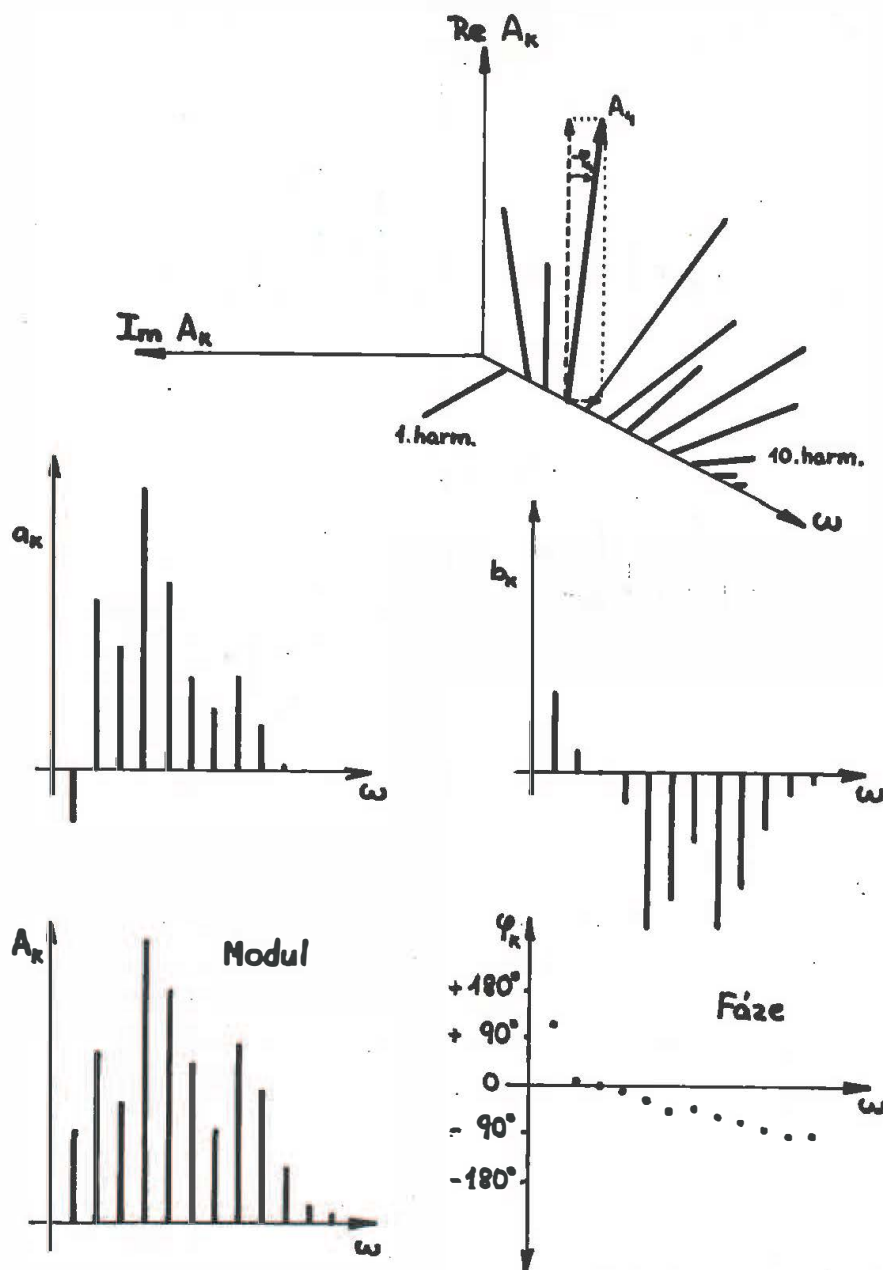
Jednotlivé koeficienty pro vyjádření Fourierova rozvoje podle výrazů (9), (10) a (14) jsou dány následujícími vztahy:

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos k\omega t \, dt; \quad b_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin k\omega t \, dt \quad (15, 16)$$

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \, dt \quad c_k = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-jk\omega t} \, dt \quad (17, 18)$$

Rozmístíme-li vektory amplitud jednotlivých harmonických podél frekvenční osy, obdržíme frekvenční spektrum v trojrozměrné podobě. Toto znázornění lze nahradit samostatným zobrazením reálné a imaginární části tohoto spektra. Reálná část je dána koeficienty a_k a imaginární koeficienty b_k . Uvedené prostorové znázornění lze též nahradit zobrazením modulů amplitud A_k (amplitudové frekvenční spektrum) a jejich fází φ_k (fázové frekvenční spektrum). Uvedené podoby spekter přináší obr. 8 na příkladu tónu hoboje z obr. 4.

V teorii signálu se často setkáme ještě s dalším znázorněním spektra vycházejícím z Fourierova rozvoje v komplexním tvaru (14). Pro tento případ se jednoduchý harmonický kmit interpretuje jako součet dvou sdružených vektorů rotujících proti sobě. To má za následek prodloužení spektra na stranu záporných kmitočtů, které má sice v našem případě pouze teoretický význam, ale v obecné teorii signálu je velmi užitečné. Na obr. 9 opět na příkladu tónu hoboje jsou zobrazeny obě části (reálná a imaginární) frekvenčního spektra oboustranného na rozdíl od spekter jednostranných na obr. 8:

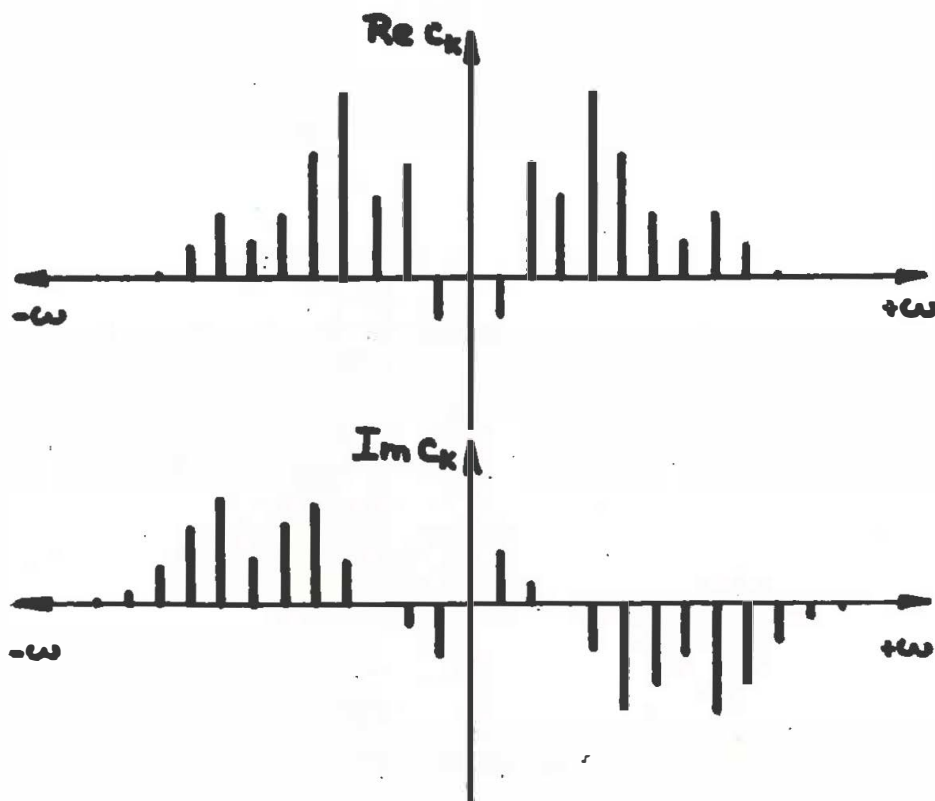


Reálné a imaginární části koeficientů C musí vyhovovat následujícím podmínkám:

$$\operatorname{Re}|c_k| = \operatorname{Re}|c_{-k}| = \frac{a_k}{2}; \quad \operatorname{Im}|c_k| = \frac{b_k}{2}; \quad \operatorname{Im}|c_{-k}| = -\frac{b_k}{2}; \quad (19)$$

V dosavadní praxi analýzy hudebních signálů se nejčastěji vyskytuje podoba frekvenčního spektra pouze jako znázornění modulů amplitud harmonických nerespektující jejich fázové vztahy. Tato neúplná podoba je však pro současné potřeby hudební akustiky už nedostačující, proto se stále více začínají používat znázornění, jak je přináší obr. 8 i 9.

Všechny uvedené typy spekter periodických signálů se vyznačují



diskrétními harmonickými složkami, což je dáno rozkladem signálu v řadu dílčích průběhů (9). Proto také tato spektra označujeme jako **diskrétní** nebo **čárová**.

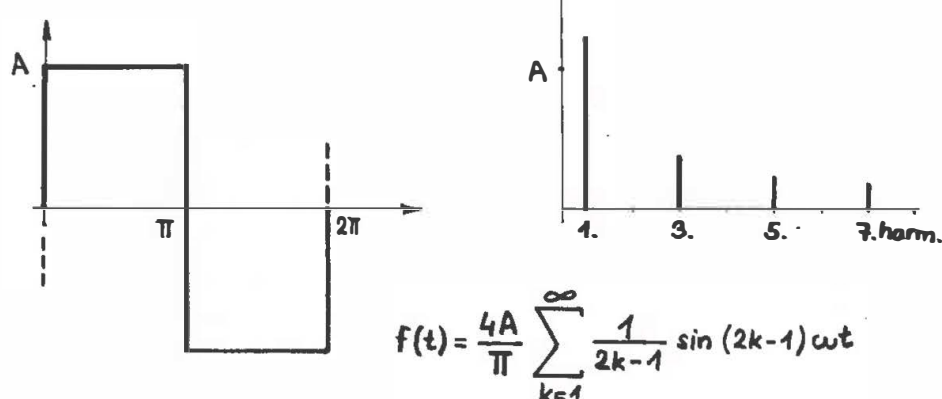
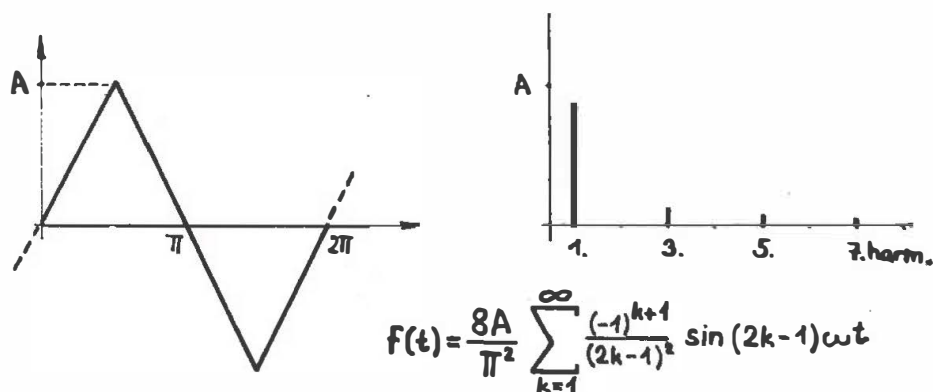
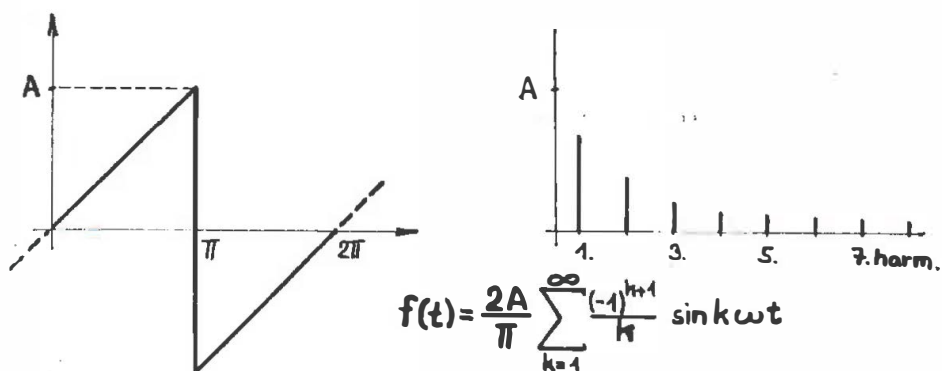
V elektroakustické hudbě se používají signály různých časových průběhů. Ty nejzákladnější přináší spolu s Fourierovými rozvoji a spektry obr. 10. [2].

4. Modulovaný signál a jeho spektrum

Ke zvláštním, ale přitom velmi často se vyskytujícím hudebním signálům, patří signály modulované [4]. Jsou to signály v podstatě periodické, čemuž odpovídají i jejich čárová spektra. V hudební praxi se setkáváme nejčastěji s amplitudovou modulací — tremolem a frekvenční modulací — vibrátem. K nim přistupuje ještě fázová modulace, používaná hlavně u syntetických signálů, která se zvukově blíží modulaci frekvenční.

Při **amplitudové modulaci** nastává změna amplitudy c_0 nosného signálu $\sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ modulujícím signálem $\sin \Omega t$. Výraz pro modulaci má potom tvar

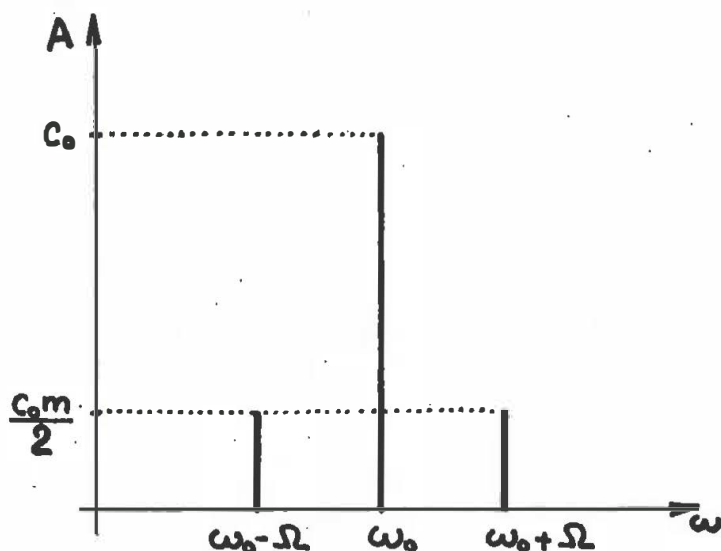
$$f(t) = c_0 [1 + m \sin \Omega t] \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (20)$$



kde m je hloubka modulace, která se pohybuje v rozmezí 0 až 1. Je-li modulujícím signálem jednoduchá harmonická funkce, vzniká při modulaci konečné **diskrétní spektrum** tvořené tzv. **nosnou frekvencí** ω_0 a dvěma postranními pásmy $\omega_0 - \Omega$, $\omega_0 + \Omega$, obr. 11.

Při modulaci komplexní funkcí $f(t) = F(t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin(k\Omega t + \varphi_k)$ vzniká teoreticky nekonečné spektrum, které je v praxi omezeno použitelným frekvenčním rozsahem.

V případě hudebního tremola je modulovaná funkce obecným hudebním signálem a modulující funkce nabývá tvaru od průběhu sinového až do průběhu obdélníkového. Tremolo např. u bicích nástrojů a u smyčců



jako sled rychle opakovaných tónů je případem velké hloubky modulace (až 1, tj. 100 %) při modulující funkci s průběhem téměř obdélníkovým. V tomto případě též vzniká bohaté spektrum, z něhož se v praxi uplatňují pouze základní složky. Subjektivní vjem určitého „barevného“ posuvu při tremolu má příčinu právě v těchto nově vzniklých složkách spektra.

Při **frekvenční modulaci** se u nosné vlny periodicky mění frekvence

$$f(t) = c_0 \sin \left(\omega_0 t + \frac{\Delta \omega}{\Omega} \sin \Omega t \right)$$

kde $\frac{\Delta \omega}{\Omega} = \beta$ je tzv. index modulace nebo modulační zdvih. Pro $\beta < 0,1$ je frekvenční spektrum obdobné spektru při amplitudové modulaci, tj. s jedním párem postranních pásem, pro $\beta > 0,1$ se již objevují další harmonická postranní pásma.

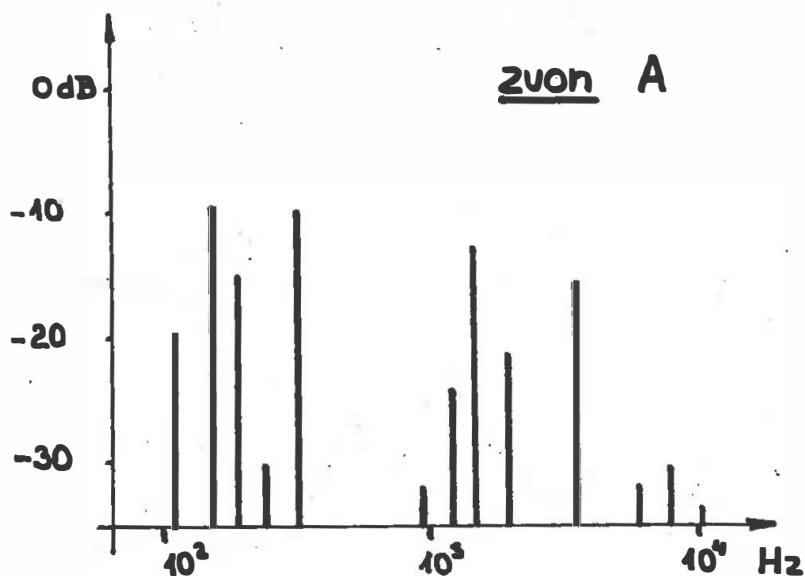
Frekvenční modulace je typická pro naprostou většinu hudebních signálů. Modulující funkce, která odpovídá průběhu změny výšky tónu, nabývá v praxi různých tvarů, velmi často nesymetrických. To znamená např., změna výšky tónu směrem nahoru je rychlejší než směrem dolů, což může mít za následek posuv celkové výšky tónu. Tento jev je znám především u smyčcových nástrojů.

Při **fázové modulaci** se u nosné vlny periodicky mění fáze

$$f(t) = c_0 \sin (\omega_0 t + \varphi_0 + \Delta \varphi \sin \Omega t) \quad (22)$$

Ve srovnání s frekvenční modulací jedná se o jeden typ kmitů; fázová modulace má v argumentu modulující funkci, frekvenční modulace však integrál modulující funkce. To znamená, že změna fáze se projeví jako změna frekvence. Tento jev souvisí úzce s Dopplerovým efektem, podle kterého pohyb zdroje zvuku vůči posluchači nebo pohyb posluchače vůči zdroji vyvolává změnu výšky vnímaného zvuku.

Fázové modulace se využívá především v elektronických hudebních nástrojích a syntezátorech pro dosažení vibráta tónu a dalších efektů jako je phasing, chorus efekt aj.



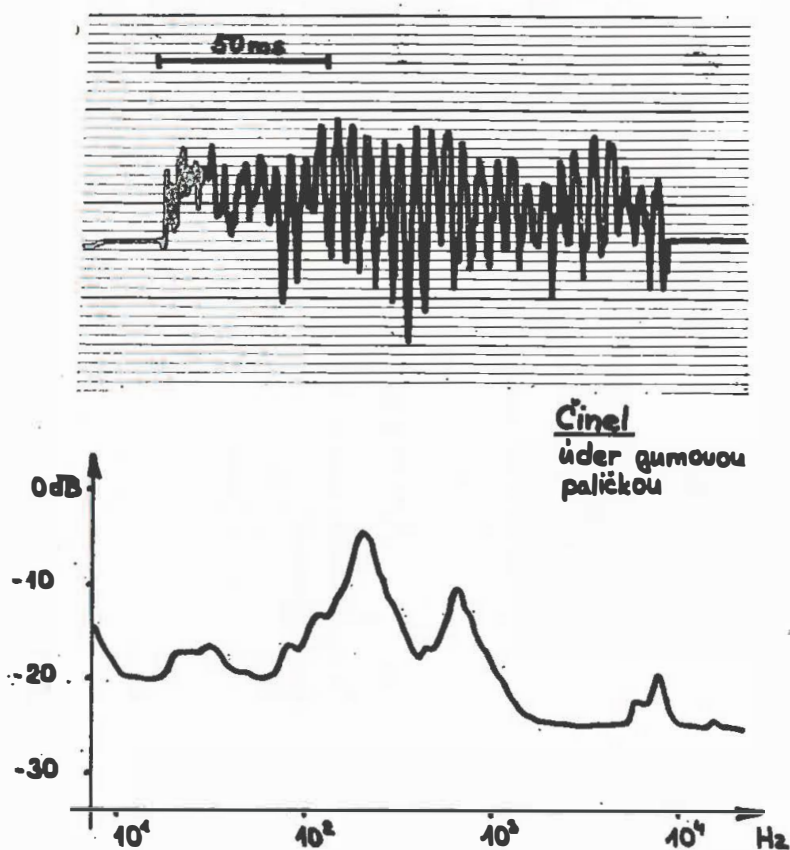
5. Quasiperiodický signál a jeho spektrum

Na rozdíl od periodických signálů, u kterých frekvence jednotlivých harmonických jsou v poměru celých čísel, je quasiperiodický signál složen z řady komponent vůči sobě neharmonických. Na obr. 12 je spektrum tónu zvonu, u něhož můžeme vysledovat jednak harmonické vztahy, které odrážejí výškovou určitost tónu, a jednak vztahy neharmonické, které v tomto případě primárně určují zvukový charakter. Podobné spektrum tónu mají též další vyladěné perkusní nástroje.

Ke quasiperiodickým signálům patří též hudební signály s velkou délkou periody, což je častý případ souzvuků, u kterých harmonická spektra dvou či více tónů vytvářejí dohromady složité harmonické i neharmonické vztahy. Pomocí těchto vztahů bývá vysvětlována konsonantnost a disonantnost souzvuků.

6. Stacionární nahodilý signál a jeho spektrum

Na rozdíl od signálů deterministických signálů není spektrum nahodilých signálů tvořeno diskretními složkami, ale má **spojitý** charakter. Na obr. 13 je část časového průběhu dozívání činelu a k tomu odpovídající frekvenční spektrum. Poloha maxim ve spektru může naznačovat u těchto



hudebních signálů určité harmonické i neharmonické vztahy, které subjektivně vyvolávají výškovou orientaci a zvukové zabarvení tónu. Ve spektru místo úrovně harmonických hovoříme o spektrální amplitudové či výkonové hustotě. Pro tyto signály je též typické zcela nahodilé fázové spektrum, avšak porovnávání těchto spekter může vést k zajímavým závěrům.

7. Tranzientní signál a jeho spektrum

Tranzientním signálem rozumíme jednorázový nebo přechodový děj, jako je např. úder na buben nebo přechod z jednoho stavu hudebního signálu v druhý a pod. Protože v tomto případě, podobně jako u stacionárního nahodilého signálu, roste perioda nade všechny meze, vzdálenost jednotlivých spektrálních čar klesá k nule a spektrum nabývá spojitě podoby. Výraz pro Fourierovu řadu v komplexním tvaru (14) přechází potom ve Fourierův integrál

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(f) e^{j\omega t} df \quad (23)$$

nebo

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (24)$$

kde funkce $F(j\omega)$ má význam spektrální hustoty, tj. amplitudy složek připadající na jednotkový frekvenční interval.

Pro spektrum v komplexním tvaru lze potom psát

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (25)$$

Uvedené integrály vyjadřují souvislost mezi časovou a frekvenční oblastí signálu a nazývají se **Fourierovou transformací**.

Funkce $F(j\omega)$ má svoji reálnou a imaginární část

$$F(j\omega) = R(\omega) + jX(\omega) \quad (26)$$

kde potom

$$A(\omega) = \sqrt{R^2 + X^2} \quad (27)$$

představuje amplitudové frekvenční spektrum, resp. modul a

$$\Phi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{X}{R} \quad (28)$$

představuje fázové frekvenční spektrum, resp. fázi.

Fourierova transformace má řadu vlastností, jako je linearita, možnost substituce, translace aj. a lze ji chápat jako limitní případ Fourierovy řady.

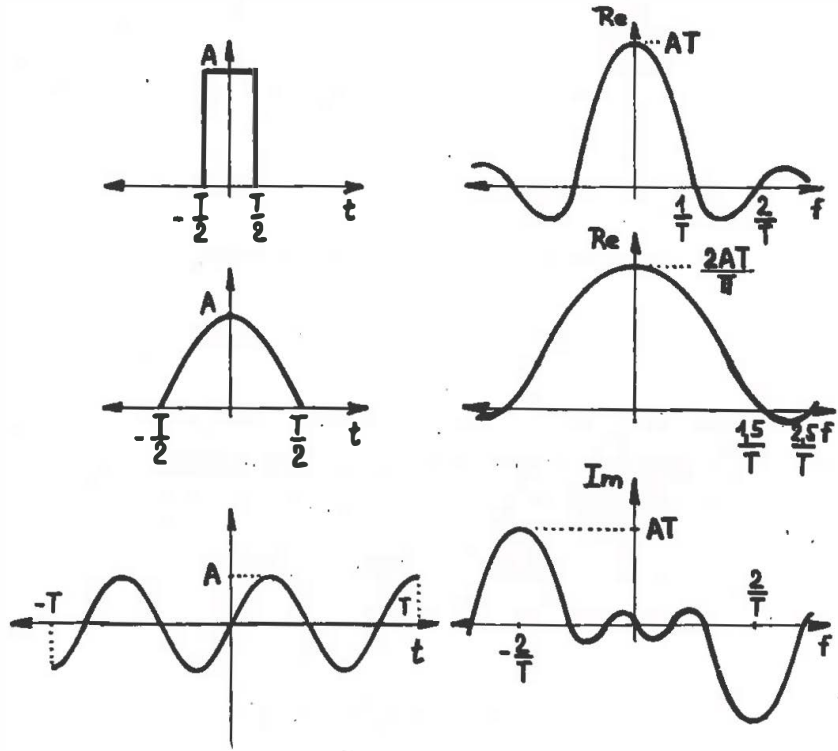
Mezi nejjednodušší tranzientní signály patří např. obdélníkový impuls, cosinový impuls a výsek sinusovky. Jejich časové průběhy a spektra jsou znázorněny na obr. 14. [3].

8. Konvoluce signálů a její spektrum

V praxi frekvenční analýzy se velmi často vyskytuje v oblasti časové dvojice signálů $f(t)$ a $g(t)$, kterým ve frekvenční oblasti odpovídá součin jejich spekter. Vztah těchto dvou funkcí nazýváme **konvolucí** a popisujeme jej výrazem

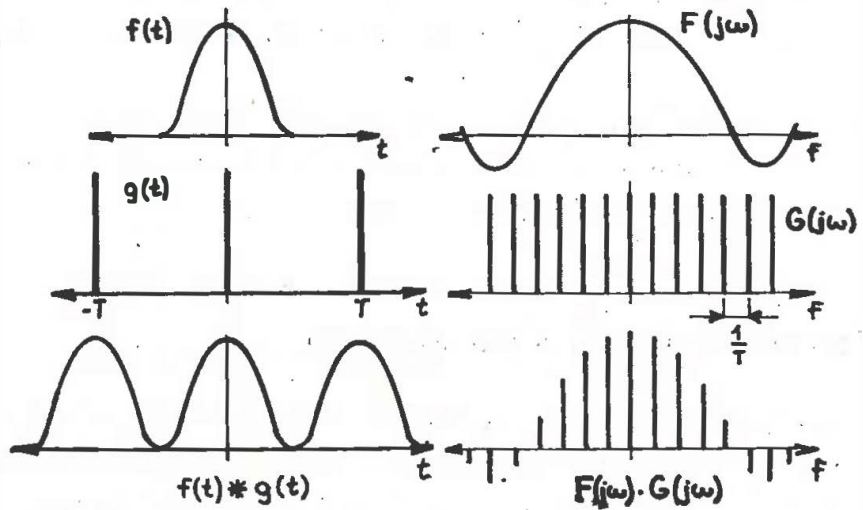
$$h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) g(t - \tau) d\tau = f(t) * g(t) \quad (29)$$

Pro spektrum funkce $h(t)$ potom platí



$$H(j\omega) = F(j\omega) \cdot G(j\omega) \tag{30}$$

Obr. 15 přináší v grafické podobě tento tzv. konvoluční teorém na příkladu repetice impulsů (funkce $f(t)$) např. jako vyjádření frekvenčního spektra „virblu“ na bubínek co by periodického opakování úderů.



obr. 15

9. Časově závislé spektrum

Při matematickém převodu signálu z časové oblasti do oblasti frekvenční Fourierovou řadou nebo transformací dochází k záměně nezávisle

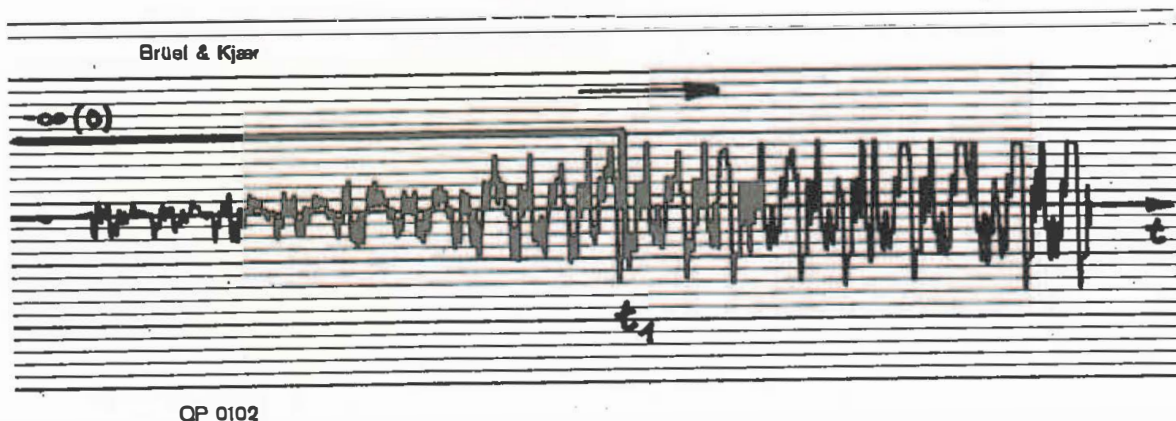
proměnných, čas je nahrazen frekvencí. To ovšem v praktické analýze je značně nevýhodné, protože ve většině případů nás zajímá časová závislost frekvenčního spektra. Tato závislost se vnáší do Fourierovy transformace (25) vyznačením konkrétních mezí integrace na časové ose. Je-li integrace omezena pouze z jedné strany, hovoříme o **tekoucím** (plovoucím) **spektru**.

$$F_T(j\omega) = \int_{-\infty}^{t_1} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (31)$$

nebo

$$F_T(j\omega) = \int_0^{t_1} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (32)$$

Posouvá-li se horní mez t_1 pro každý případ integrace, mění se spektrum $F(j\omega)$ v závislosti na čase, resp. na posuvu meze t_1 . Graficky je případ tekoucího spektra znázorněn na obr. 16. Nevýhodou tohoto spektra je nutnost monotonního růstu nebo poklesu všech analyzovaných složek signálu, aby spektrum odpovídalo skutečnému časovému vývoji.

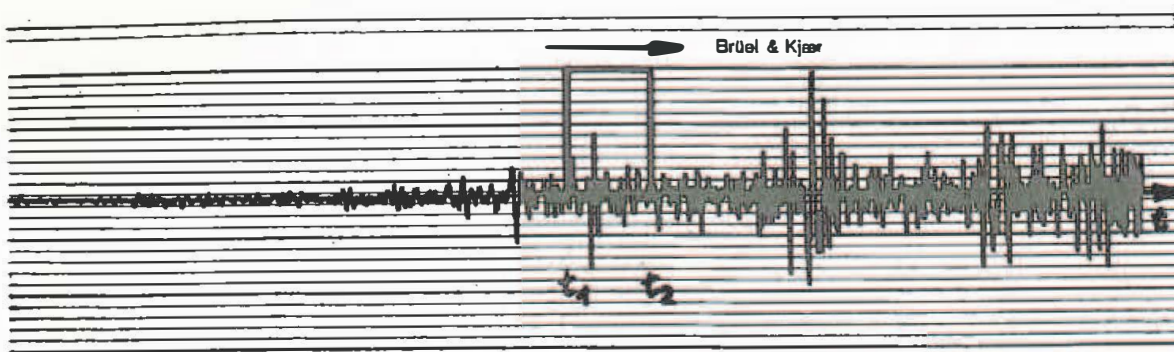


obr. 16

Podstatně častěji užívaným typem časově závislého spektra je **okamžité spektrum**, jako rozdíl dvou spekter tekoucích.

$$F_0(j\omega) = \int_{t_1}^{t_2} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (33)$$

Integrovaní se provádí na intervalu konečné délky t_1-t_2 , který se postupně posouvá po časové ose. Graficky je tento případ znázorněn na obr. 17. Získané frekvenční spektrum $F(j\omega)$ odpovídá časovému úseku signálu $f(t)$ vymezeného obdélníkovým impulsem o šířce t_1-t_2 . Tento impuls je označován jako **spektrální** (někdy také časové) **okénko**. Funkce, která tvoří toto okénko, nemusí být jenom obdélníkový impuls. Touto, tzv. **váhovou funkcí**, může být např. Gaussův impuls, \cos^2 impuls a další. Proces vymezení úseku signálu váhovou funkcí označujeme jako **váhování** což by případ konvoluce této funkce a analyzovaného signálu.



QP 0102

obr. 17

Tvar a délka spektrálního okénka podstatným způsobem ovlivňuje výsledky analýzy, proto jeho volba úzce souvisí s metodou použité analýzy, viz kap. 12.

S časovým omezením signálu souvisí též realita začátku a konce každého hudebního sdělení. Proto také periodická funkce definovaná na intervalu $-\infty; +\infty$ je pouhou matematickou abstrakcí (právě tak jako funkce neperiodická). Skutečný periodický proces musí trvat dostatečně dlouho, měřítkem trvání je potom počet period. Krátký úsek periodického signálu nemá periodický charakter a jemu odpovídající spektrum. Při periodické opakování krátkého úseku např. sinusovky tvoří se na spojitém spektru maximum, které po dostatečně dlouhé době opakování přejde ve spektrální čáru dané sinusovky.

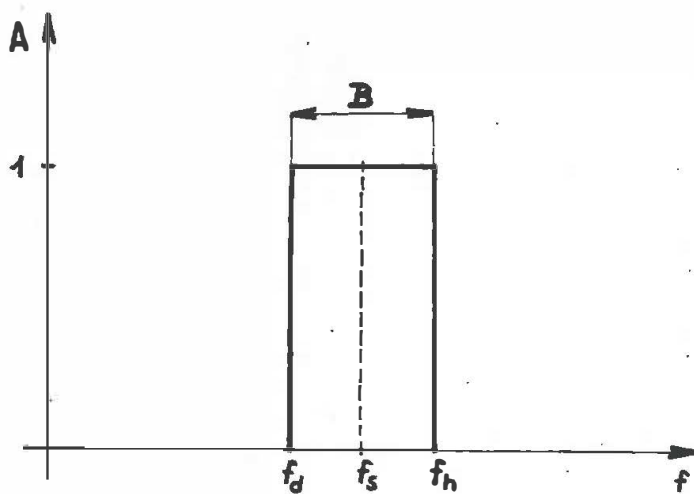
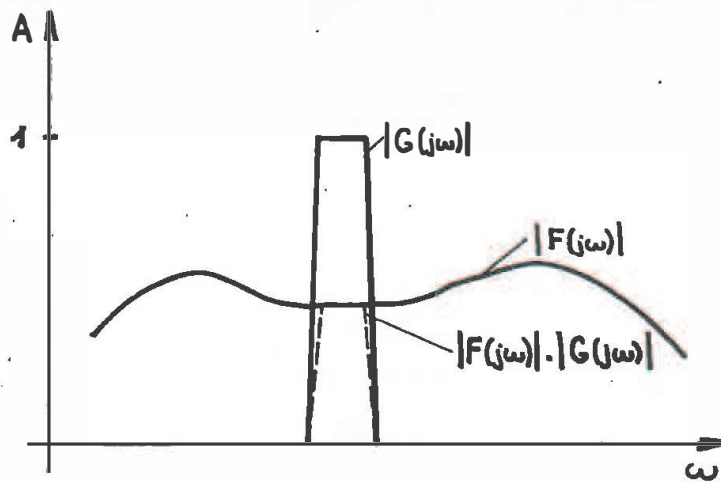
S tímto souvisí i vnímání signálu, protože podle Korna pokud leží obálka spektra pod upravenou křivkou maskování, pak slyšíme tón, jinak slyšíme perkusní zvuk, jehož zabarvení je tím ostřejší, čím kratší dobu hudební signál trvá, (tzv. frekvenční neurčitost ucha $\Delta f \cdot \Delta t = konst.$ např. v případě pizzicata).

10. Analogová analýza

Analogová analýza patří dnes už ke klasickým metodám vyšetřování frekvenčního spektra pomocí filtrů. **Filtrem** rozumíme takový (elektrický) obvod, který přenáší signál pouze v úzkém frekvenčním intervalu. Na obr. 18 je znázorněn výběr určité části spektra $F(j\omega)$ (např. oblasti jedné harmonické) filtrem o frekvenční charakteristice $G(j\omega)$. Spektrum výstupního signálu filtru je potom dáno součinem $F(j\omega) \cdot G(j\omega)$, jako případ konvoluce vstupního signálu $f(t)$ s impulsní odezvou filtru $g(t)$.

Charakteristiku ideálního filtru přináší obr. 19, na kterém B je tzv. **šířka pásma** filtru, f_a dolní mezní frekvence a f_h horní mezní frekvence.

Pro účely spektrální analýzy je zapotřebí buď tento filtr přelaďo-



vat, tj. posouvat po frekvenční ose nebo mít k dispozici řadu filtrů naladěných na různé střední frekvence. Pokud při posuvu charakteristiky filtru po frekvenční ose zůstává šířka pásma B konstantní, označujeme jej jako filtr s **konstantní absolutní šířkou pásma**.

$$B = f_h - f_d \quad (34)$$

Pokud zůstává s posuvem charakteristiky filtru po frekvenční ose konstantní poměr šířky pásma B ke střední frekvenci f_s , označujeme jej jako filtr s **konstantní relativní šířkou pásma**.

$$b = \frac{B}{f_s} = \frac{f_h - f_d}{f_s} \quad (35)$$

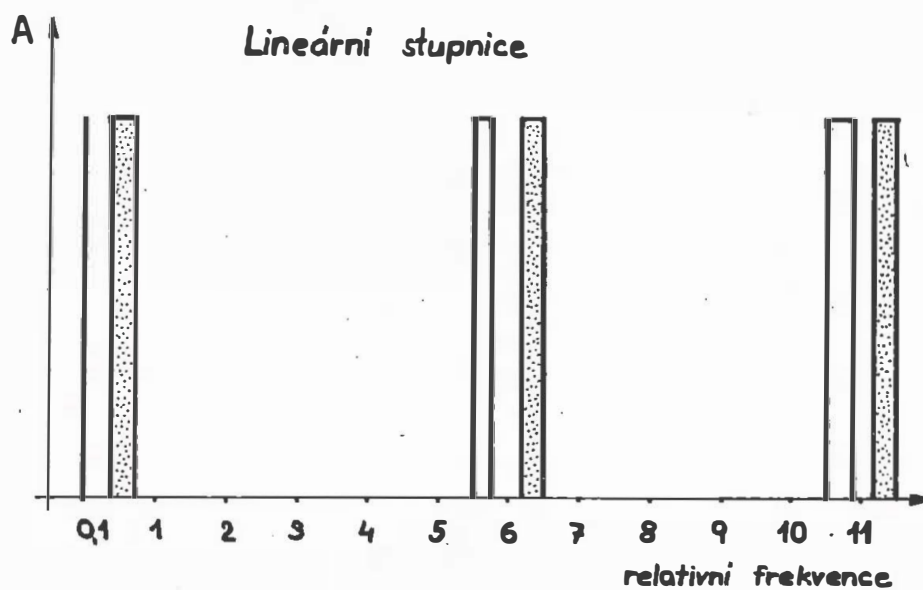
Střední frekvence u konstantní absolutní šířky pásma je aritmetickým průměrem horní a dolní mezní frekvence,

$$f_s = \frac{f_h + f_a}{2} \quad (36)$$

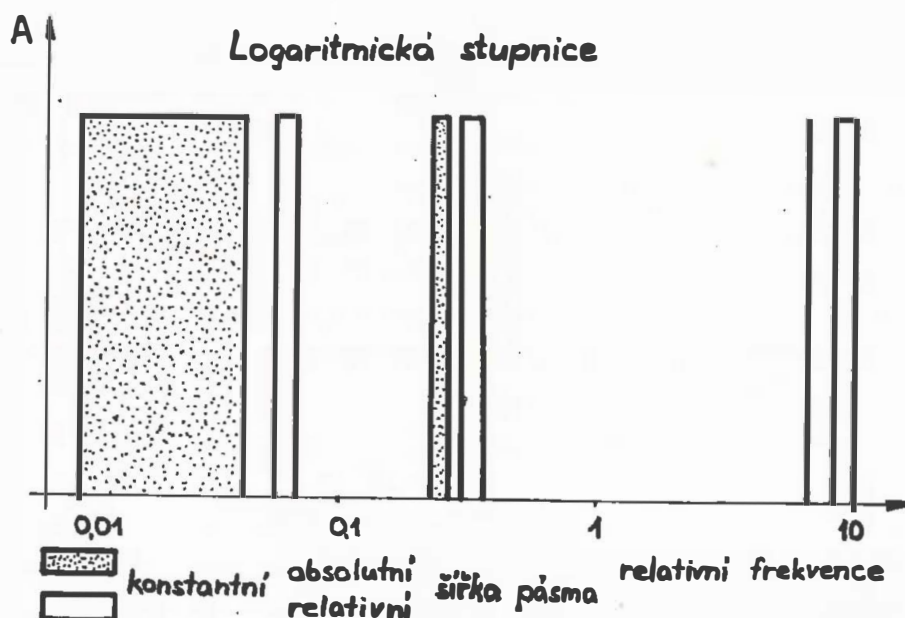
u konstantní relativní šířky pásma pak geometrickým průměrem horní a dolní mezní frekvence.

$$f_s = \sqrt{f_h \cdot f_a} \quad (37)$$

Volba mezi konstantní absolutní a relativní šířkou pásma souvisí nejenom s vlastní metodikou analýzy, ale také s řadou dalších důvodů, např. použitím logaritmické frekvenční stupnice atd. Obr. 20 přináší rozdíl mezi absolutní a relativní šířkou pásma vzhledem k lineární a logaritmické frekvenční stupnici.

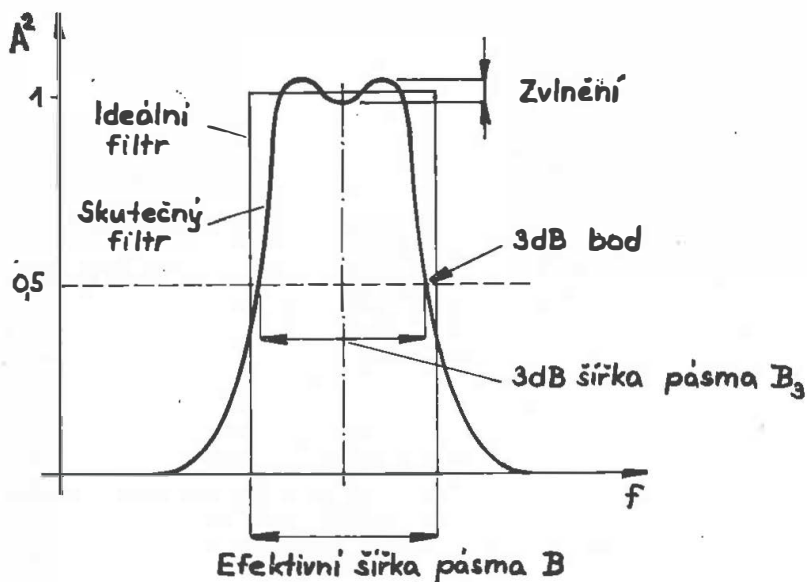


obr. 20

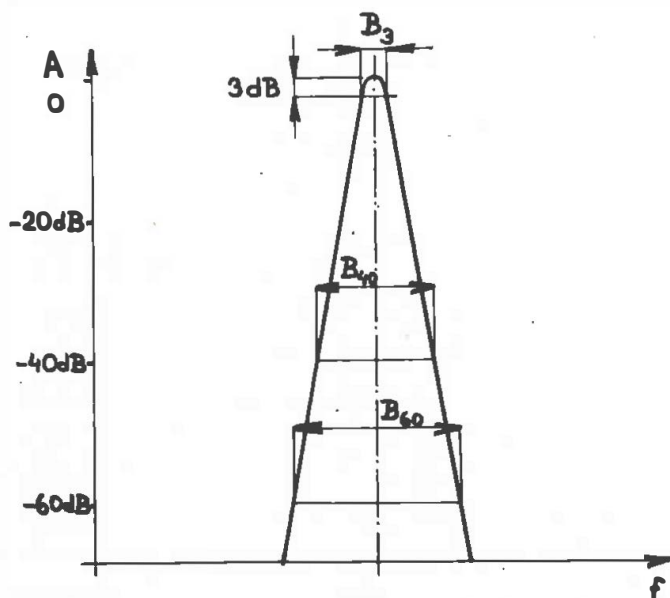


Skutečný filtr, resp. jeho charakteristika se přirozeně od ideálního filtru liší, jak vyplývá z obr. 21. Pod efektivní šířkou pásma rozumíme potom takovou šířku ideálního filtru, který přenese stejný výkon šumového signálu jako odpovídající skutečný filtr. V praxi šířkou pásma skutečného filtru označujeme šířku v tzv. 3 dB bodě, tj. při polovičním přenášeném výkonu.

obr. 21



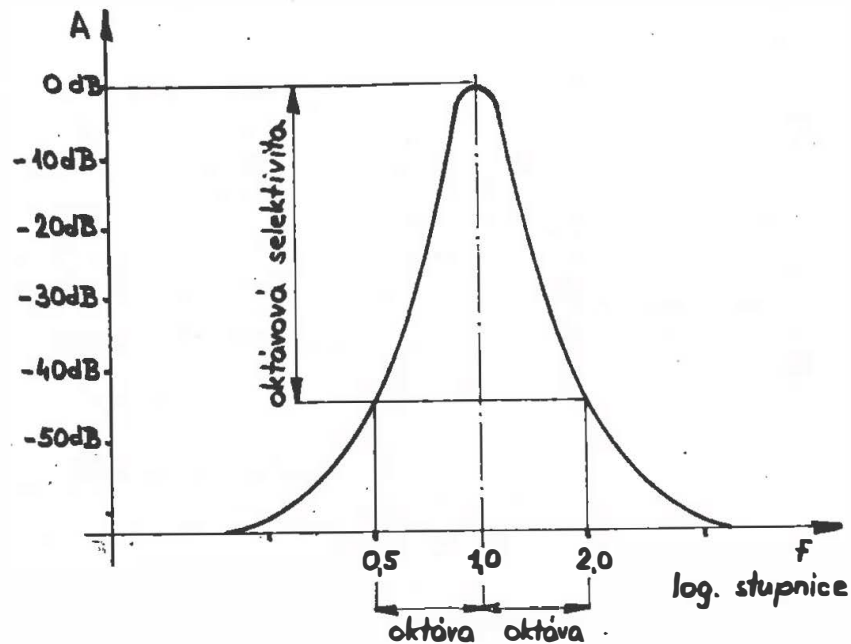
obr. 22



U filtrů s konstantní absolutní šířkou pásma, kde je charakteristika filtru symetrická vůči lineární frekvenční ose, označujeme poměr $\frac{B_{60}}{B_3}$ jako **faktor tvaru filtru** (pro menší dynamiku též $\frac{B_{40}}{B_3}$), viz obr. 22.

U filtrů s konstantní relativní šířkou pásma, kde je charakteristika filtru symetrická vůči logaritmické frekvenční ose, hovoříme o **oktávové selektivitě**, viz obr. 23.

obr. 23



Volba šířky pásma filtru souvisí s efektivní délkou analyzovaného signálu podle vztahu

$$B \geq \frac{1}{T_{ef}} \quad (38)$$

tak, aby byla respektována časová odezva filtru T .

$$B \cdot T_R \sim 1 \quad (39)$$

Tato časová odezva je nutná doba k ustálení poměrů ve filtru a je tím delší, čím užší šířku pásma má filtr. Proto např. při analýze filtrem šířky 2 Hz musí mít analyzovaný signál minimální délku 0,5 sec.

V případě měření výkonového spektra je signál veden z filtru do kvadrátoru (výkon signálu je úměrný čtverci amplitudy), který je tvořen nelineární impedancí. Velmi častou operací při frekvenční analýze je průměrování výsledků, nejčastěji v podobě lineárního či exponenciálního váhování.

Poslední článek analyzátoru tvoří indikátor, kterým je buď elektronkový voltmetr, zapisovač úrovně nebo televizní obrazovka.

Podle konkrétního provedení lze rozdělit analyzátor na přepínatelné, plynule laditelné a analyzátor okamžitého spektra.

Mezi nejčastěji používané **přepínatelné** analyzátor, tj. analyzátor se sadou pevně naladěných filtrů s konstantní relativní šířkou pásma, patří

analyzátoři oktávové a třetinooktávové. Střední kmitočty jejich filtrů jsou normalizovány v těchto hodnotách Hz:

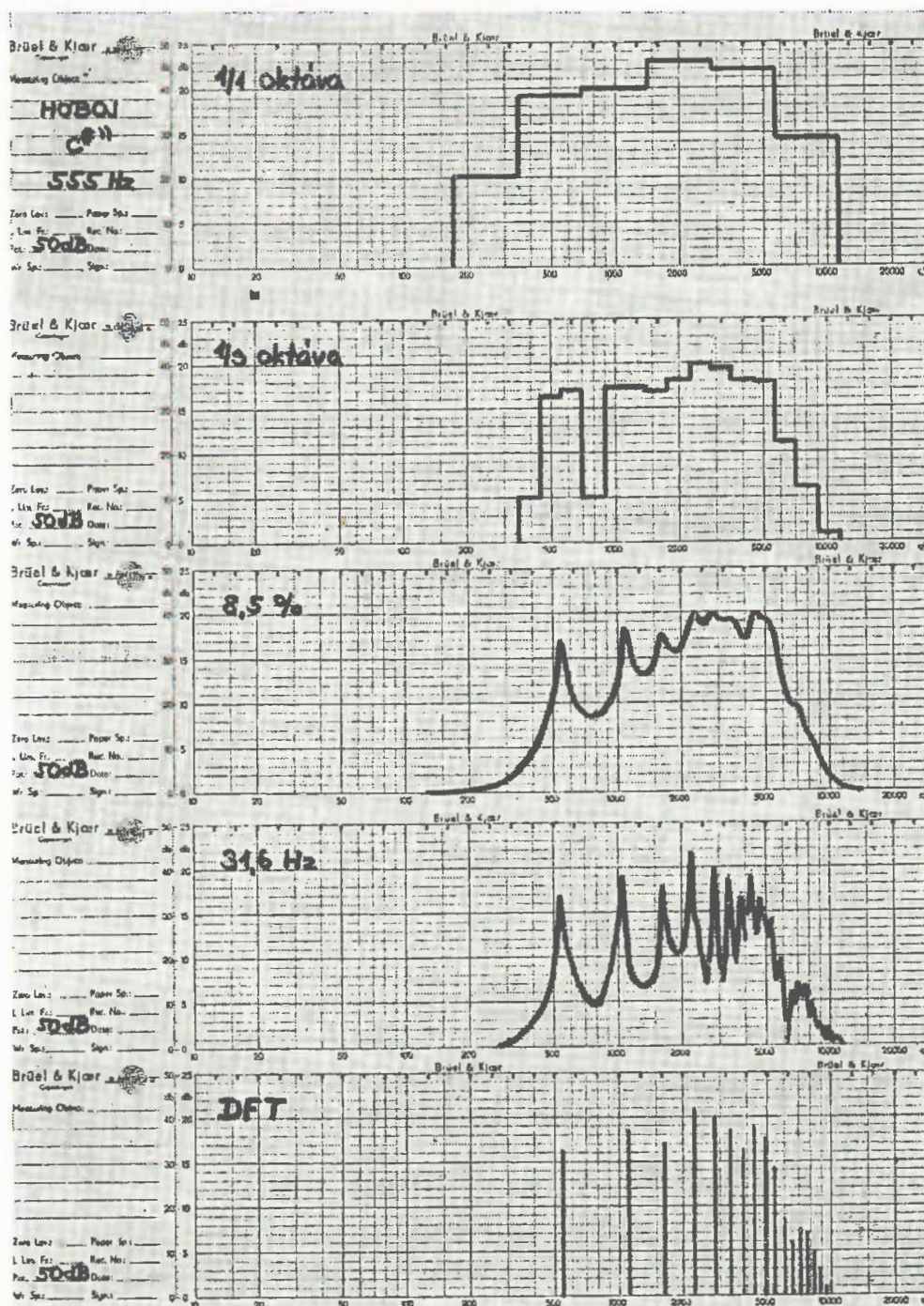
Oktávové filtry ($f_h = 2f_d$)

16, 31,5, 63, 125, 250, 500, 1000, 2000, 4000, 8000, 16000

Třetinooktávové filtry ($f_h = 2^{1/3}f_d$)

16, 20, 25, 31,5, 40, 50, 63, 80, 100, 125, 160, 200, 250, 315, 400, 500, 630, 800, 1000, 1250, 1600, 2000, 2500, 3150, 4000, 5000, 6300, 8000, 10000, 12500, 16000, 20000

obr. 24



Plynule laditelné analyzátoři, tj. analyzátoři s jedním laditelným filtrem, pracují buď s konstantní relativní šířkou pásma udávanou v procentech nebo s konstantní absolutní šířkou pásma udávanou v Hz. Pro srovnání přesnosti frekvenční analýzou jsou na obr. 24 vypsána spektra tónu hoboje (viz obr. 4) získaná uvedenými typy analyzátořů, tj. oktávovým, třetinooktávovým, úzkopásmovým s relativní šířkou pásma 8,5 % a úzkopásmovým s absolutní šířkou pásma 31,6 Hz. Jako poslední je vyneseno spektrum modulu amplitud získané výpočtem DFT (viz kap. 11).

Velkou nevýhodou těchto analyzátořů je nemožnost zachytit spektrum v daném okamžiku, protože se frekvenční složky vyhledávají postupně jedna za druhou. Tento nedostatek odstraňují analyzátoři **okamžitého spektra** a to třetinooktávové nebo úzkopásmové.

U třetinooktávových se příslušné úrovně spektrální hustoty zobrazují na obrazovce pomocí svislých čar nebo sloupců: Úzkopásmová analýza se provádí tzv. časovou kompresí. Signál se uměle zrychlí a tím se přenesení do vyšší frekvenční oblasti s odpovídající šířkou pásma, která se v tomto případě zvětší (co do absolutní šířky). Podle vztahu (39) to znamená, že je možno zkrátit dobu analýzy tak, aby např. v 1/25 sec. bylo postupně možno přeladit filtr na 400 různých frekvencí. Na obrazovce analyzátoři je potom celé frekvenční spektrum vykresleno 400 svislými čarami.

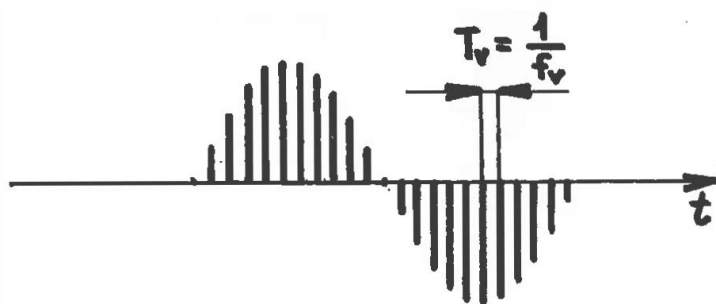
Analyzátoři okamžitého spektra dovolují sledovat změny ve frekvenčním spektru signálu pouze do určité jejich maximální rychlosti a jsou dnes už ve své analogové (event. i hybridní) podobě překonány systémy ryze digitálními vybavenými mikroprocesory a paměťmi.

Uvedená analogová analýza je v akustice dosud nejužívanější metodou vyšetřování frekvenčního spektra signálu. Dává ovšem pouze obraz o amplitudovém frekvenčním spektru. V řadě případů zajímá nás též spektrum fázové, které lze zjistit pouze výpočtem. Proto úplný obraz o komplexním tvaru frekvenčního spektra může podat pouze výpočetní systém (v řadě případů jednoúčelový) pracující se signálem v digitální podobě.

11. Digitální analýza

Na rozdíl od analogových systémů, které zpracovávají zvukový signál v analogové (spojité) podobě, tj. v podobě hladké funkce (např. obr. 4), digitální analýza vyžaduje **diskrétní** podobu zvukového signálu (1). Na obr. 25 je uveden průběh jednoduchého harmonického kmitu $\sin \omega t$ v diskrétním tvaru.

Diskrétní signál nabývá hodnot jenom v určitých časových okamžicích. Jsou-li tyto hodnoty násobky jistého nejmenšího kvanta, hovoříme



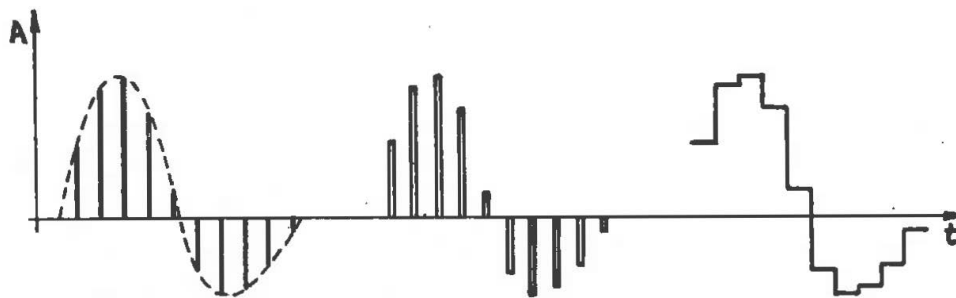
o kvantovaném signálu. Je-li kvantování provedeno v binárním kódu, označujeme signál jako **digitální**.

Vzorkováním signálu nazýváme ekvidistantní výběr hodnot, počet vzorků vybraných ze signálu za sekundu pak **vzorkovací frekvencí** f_v . Z obr. 25 je též zřejmé, že čím vyšší bude vzorkovací frekvence, tím přesněji bude odpovídat diskrétní signál analogovému. Vzorkovací frekvence musí být minimálně dvojnásobkem nejvyšší frekvence zpracovávaného signálu, tzn. u jednoduchého harmonického kmitu $\sin \omega t$

$$f_v \geq \frac{\omega}{\pi} = 2f \quad (40)$$

a u složeného signálu dosazujeme za ω kruhovou frekvenci nejvyšší frekvence složky (harmonické i neharmonické), která musí být ještě analyzována. V praxi se volí vzorkovací frekvence alespoň čtyřnásobná.

Způsobů **vzorkování** je celá řada. Na obr. 26 vidíme příklad ideál-

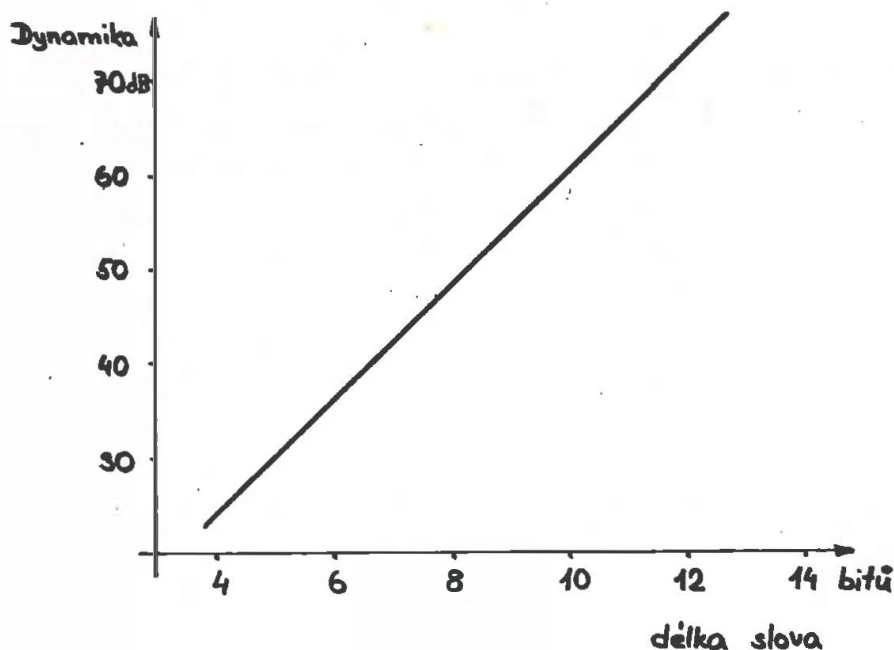


ního vzorkování neboli diskretizace, dále příklad praktického vzorkování impulsní modulací se zarovnaným snímáním vzorků a konečně **restituci** analogového signálu z digitálního prodlužováním vzorků. Při restituci se z posloupnosti úzkých vzorkovacích impulsů vytvoří obdélníky o délce vzorkovacího kroku T_v .

Při kvantování diskrétního signálu omezujeme u jeho amplitudy počet desetinných míst, v případě digitálního signálu počet binárních míst — **bitů**. Kvantovaný signál získáváme z diskrétního buď zaokrouhlováním

nebo uřezáváním vzorků. Po tomto zásahu hovoříme už o signálu s konečnou délkou tzv. slova, vyjádřenou počtem bitů, kterým odpovídá určitý počet hladin amplitudy. Průběh tónu hoboje z obr. 4 byl pro účely výpočtu spektra převeden do digitální podoby s délkou slova 8 bitů, tzn. že amplituda tohoto tónu se může pohybovat v maximálním rozmezí 0 až 255 hladin.

Čím je délka slova větší, tím lepší je dynamika digitalizovaného signálu. Vzájemnou závislost přináší obr. 27.



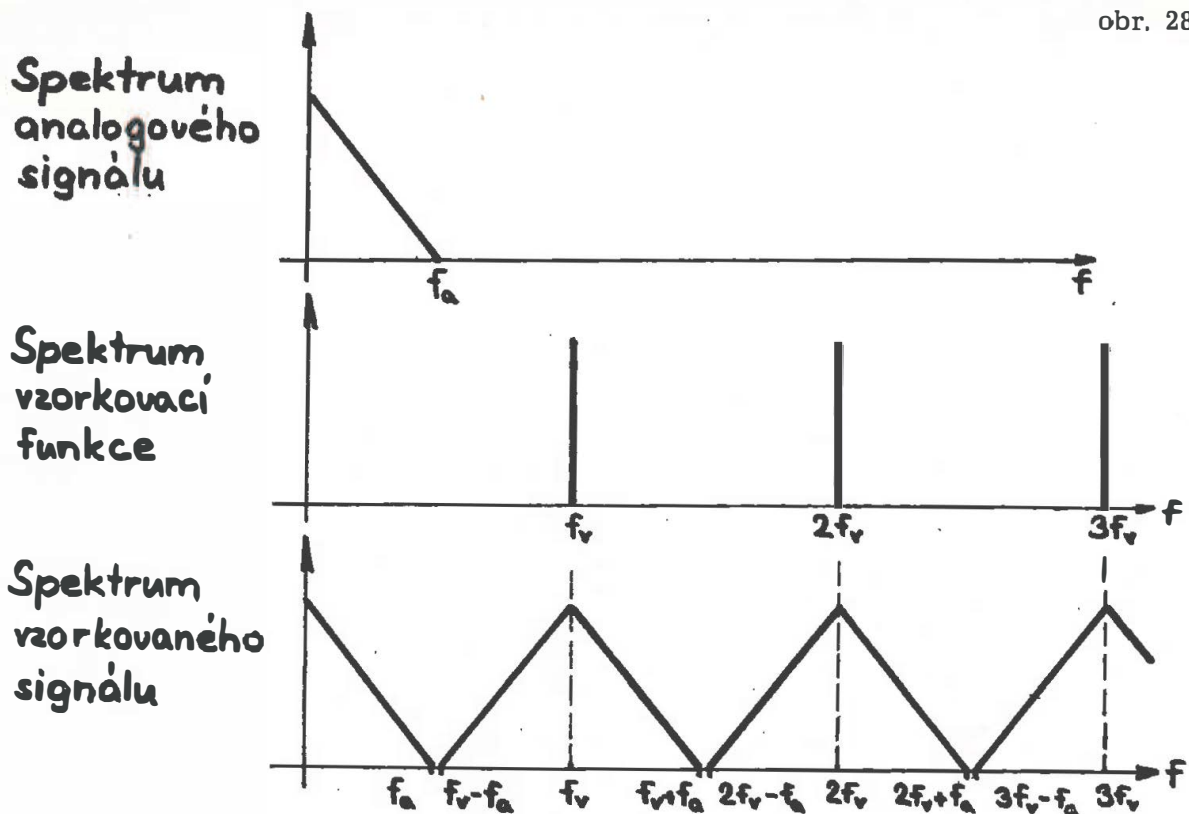
obr. 27

Protože digitalizací omezujeme nekonečný rozsah amplitud v konečné množství hladin, hovoříme v této souvislosti o kvantizačním zkreslení a šumu, které jsou menší čím větší délka slova je použita.

Velmi důležitou vlastností vzorkovaného signálu je **periodicita jeho frekvenčního spektra**. Toto spektrum je vytvořeno nekonečnou řadou ekvidistantně posunutých spekter původního analogového signálu. Vznik spektra vzorkovaného signálu je schematicky naznačen na obr. 28. Z něho je patrná též nutná podmínka dvojnásobku vzorkovací frekvence f_v vůči frekvenci nejvyšší složky spektra f_x analogového signálu. Pokud tato podmínka není dodržena, dojde k jevu zvanému **aliasing**, který je způsoben vzájemným ovlivňováním spekter na frekvenční ose. Aby k tomuto nežádoucímu jevu nemohlo dojít, filtruje se analogový signál současně s volbou vzorkovací frekvence tak, že zůstává zachována podmínka (38).

Za těchto okolností spektrum původního analogového signálu získáme ze spektra signálu vzorkovaného pouhou dolnoproputní filtrací.

Spektrum vzorkovaného signálu je popsáno vztahem



$$G(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(t_n) e^{-j\omega t_n} \quad (41)$$

a vzorkovaný signál

$$g(t_n) = \frac{1}{f_v} \int_{f_v/2}^{f_v/2} (Gf) e^{j\omega t_n} df \quad (42)$$

kde $t_n = n \cdot \Delta t$

Pro účely výpočetní techniky je však nutné, aby vzorkování signálu neprobíhalo pouze v rovině časové, ale také v rovině frekvenční. Této podmínky využívá **Diskrétní Fourierova transformace** — DFT, která je vyjádřena vztahy

$$G(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} g(n) e^{-j\frac{2\pi kn}{N}}$$

$$g(n) = \sum_{k=0}^{N-1} G(k) e^{j\frac{2\pi kn}{N}} \quad (43)$$

kde n je příslušný vzorek v časové oblasti

k příslušný vzorek ve frekvenční oblasti

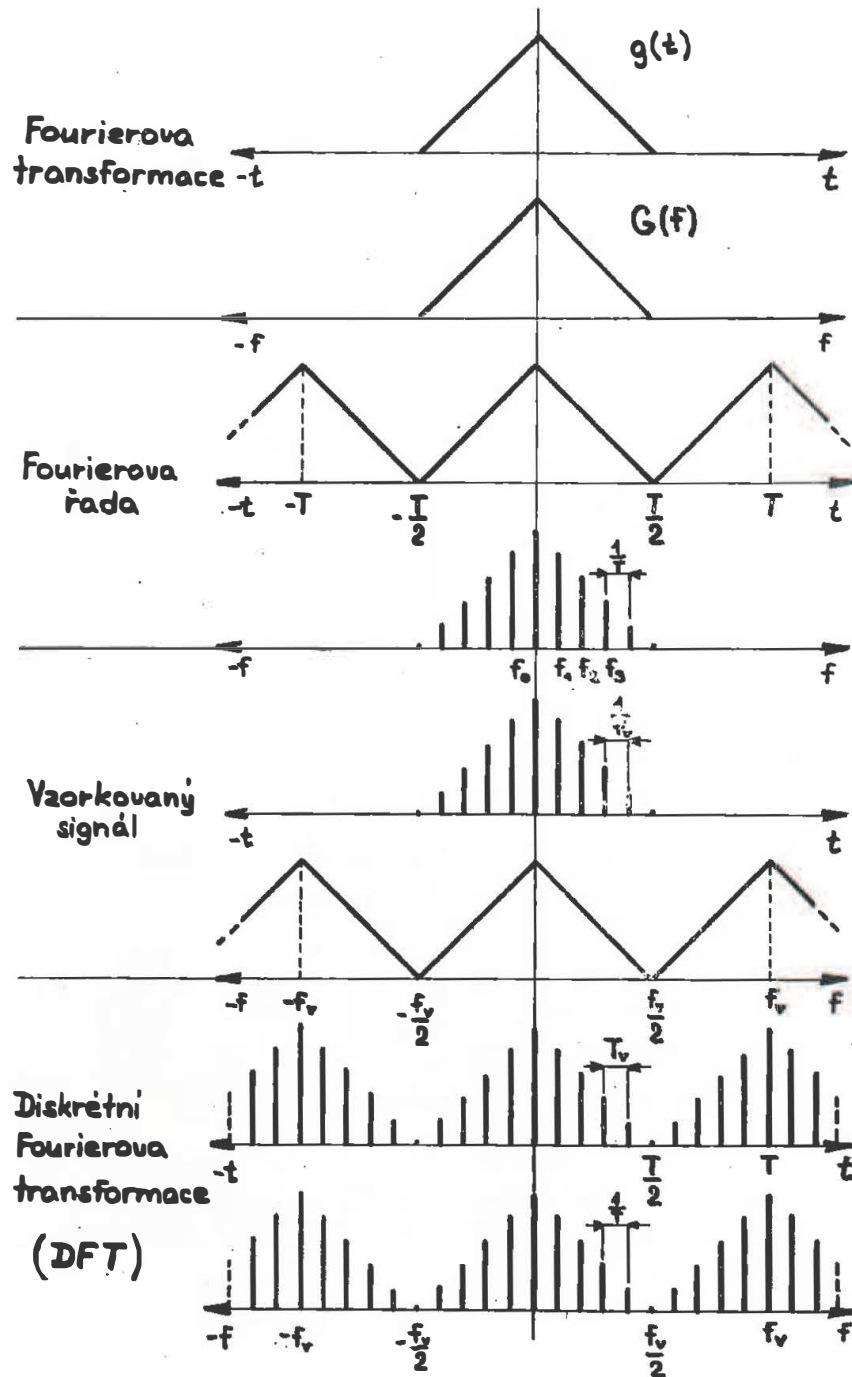
N příslušný počet vzorků

$G(k)$ k — tá frekvenční složka v komplexním tvaru

$g(n)$ n — tý časový vzorek signálu.

Na obr. 29 je znázorněn postupný přechod od spojitě Fourierovy transformace k transformaci diskrétní pro signál $g(t)$ a jeho frekvenční spektrum $G(f)$, [3].

obr. 29



Pro N frekvenčních složek a N časových vzorků je při výpočtu DFT zapotřebí provést N^2 početních operací (komplexních násobení). Pro $N =$

= 100 to činí 10000 operací. I když pro rozsáhlé a rychlé výpočty spektra je DFT už pomalá, tedy málo efektivní, přesto existuje řada programů výpočtu DFT též kapesními programovatelnými kalkulátory. Frekvenční spektra nakreslená na obr. 8 a 9 byla vypočtena pomocí jednoho takového programu, pro 36 časových vzorků bylo vypočteno 18 harmonických, jejich reálné a imaginární složky, moduly amplitud a jejich fáze. Výpočet jedné harmonické trval cca 40 sec.

Velmi výhodný způsob výpočtu DFT přinesl nejčastěji užívaný algoritmus tzv. **rychlé Fourierovy transformace** — FFT, který podstatným snížením počtu operací výpočet spektra natolik zrychlil, že pro oblast akustických frekvencí lze tímto způsobem stanovit okamžité spektrum. Původní počet N^2 operací se pomocí FFT snižuje na $N \log_2 N$, což pro $N = 128$ činí 896 operací. Protože $\log_2 N$ musí být celé číslo, počet vzorků může nabývat jen hodnot mocnin 2. Dělení frekvenční osy je v tomto případě lineární, prováděná analýza je tedy s **konstantní absolutní šířkou pásma B**, která odpovídá v podstatě vzorkovacímu kroku frekvenční osy.

Pro výpočet okamžitého spektra mají analyzátory jednoúčelový počítač — mikroprocesor s programem FFT a spektrum je na obrazovce zobrazeno soustavou čar nebo křivkou. Tyto analyzátory jsou vybaveny též pamětí, různými způsoby váhování, průměrováním spekter a jejich vzájemným porovnáváním.

Vymezení počtu vzorků analyzovaného signálu při výpočtu FFT je někdy nevýhodné, analýza se potom realizuje výpočtem DFT. Volba mezi použitím FFT a DFT souvisí úzce také s účelem analýzy, jak bude uvedeno v následující kapitole.

K dalším metodám digitální analýzy patří **digitální filtrace**. Rekursivní digitální filtr je procesor, který sekvenci výstupních digitálních hodnot filtruje ve vztahu k sekvenci hodnot vstupních tak, aby výsledek byl ekvivalentní s požadovaným způsobem filtrace analogového signálu. Tímto způsobem se velmi výhodně realizují sady pevně naladěných filtrů s **konstantní relativní šířkou pásma**. U analyzátorů s digitálními filtry pracují všechny filtrační kanály paralelně v reálném čase a spektrum je zobrazeno ve formě sloupců na obrazovce. Analyzátory jsou taktéž vybaveny pamětí, průměrováním a možností srovnávání spekter.

Digitální analýzu lze provádět podstatně efektivněji, zejména při zpracování značného množství signálů, na digitálních analyzátoch nebo komerčních počítačích než na analyzátoch analogových. Digitální technika velmi výrazně zasáhla též do oblasti záznamu zvuku a jeho zpracování, protože velkou měrou zvýšila kvalitu vůči klasickým analogovým metodám. Také oblast elektroakustické hudby využívá už dnes digitální generace a zpracování signálu.

12. Některé problémy praktické analýzy

Přestože metodika frekvenční analýzy hudebního signálu je v první řadě určována přístrojovým vybavením, existuje celý okruh základních problémů a otázek, jejichž řešení praktická analýza vyžaduje. Metodiku resp. její volbu ovlivňuje na jedné straně typ analyzovaného signálu a na straně druhé vyžadovaná forma výsledků analýzy. Tyto výsledky musí jednak umožňovat vzájemné srovnávání na základě vžitě či předepsané formy jejich provedení a jednak splňovat základní podmínku objektivity — opakovatelnost. Tyto požadavky kladou vysoké nároky nejen na vlastní analýzu, ale též na řadu měření a zpracování signálu s ní souvisejících.

Frekvenční analýza hudebního signálu se ve většině případů neobejde bez záznamu signálu, a to z důvodů organizačních i ryze technických. Klasický **magnetický záznam** přináší s sebou velmi diskutovanou otázku fázového zkreslení, které by přirozeně nepříznivě ovlivnilo výsledky spektrální analýzy v komplexním tvaru. Frekvenčně modulovaný magnetický záznam je především vhodný pro nízké a střední frekvence a případně jejich transpozice směrem dolů. Pro záznam krátkých dějů — tranzientů, ale i dějů stacionárního charakteru se stále více používá **digitálních pamětí**, ze kterých může být signál vybavován jak v digitální podobě pro zpracování v počítači či digitálním analyzátoru, tak v podobě analogové pro analýzu klasickými filtry.

Volba mezi relativní a absolutní šířkou pásma souvisí předně s typem analyzovaného signálu; pro nahodilý signál s lokálními maximy ve svém spojitém spektru či signál frekvenčně fluktuující je výhodnější použití relativní šířky, kdežto pro signál se zřetelně diskrétním spektrem zase použití absolutní šířky pásma. Přesto se však můžeme setkat např. s třetinooktávovou analýzou tónu houslí. Použití **pevně naladěných filtrů** oktávových a třetinooktávových, které je zcela běžné např. v analýze hluku, je v hudební akustice dosti časté, i když se orientuje pouze na makrostrukturu tónu. Je to dáno jednak jednoduchostí metody a jednak dobrou srovnatelností naměřených spekter. Vyskytují se též názory, že tato „nefourierovská“ analýza v pevných frekvenčních pásmech se v mnohém přibližuje mechanismu sluchové analýzy víc, než „fourierovská“ analýza vycházející z matematické abstrakce. Také omezení počtu naměřených hodnot v oktávové nebo třetinooktávové analýze se jeví výhodné ve výzkumu objektivního hodnocení kvality tónu. Přes určité výhody analýzy pevně naladěnými filtry jsou její výsledky ve většině případů nedostačující a nepřesné, viz obr. 24.

Proto se častěji používají **plynule laditelné filtry** s konstantní relativní nebo absolutní šířkou pásma. Volba šířky pásma souvisí nejen s časovou odezvou filtru (39), ale s požadovanou rozlišitelností frekvenčních

složek. Při analýze deterministických signálů má být absolutní šířka B rovna nanejvýš $1/3$ vzdálenosti sousedních frekvenčních složek při faktoru tvaru filtru 5. To znamená, že pro tón hoboje (obr. 4) o frekvenci 555 Hz může být šířka pásma $B_{\max} = 185$ Hz. Pro nahodilé signály se doporučuje maximální relativní šířka pásma o $1/3$ šířky nejužšího lokálního maxima ve spektru. Relativní šířka pásma se pohybuje od 70,7 % pro oktávovou analýzu do 1 % úzkopásmové analýzy. K běžně používané šířce pásma patří 8,5 %-ní s oktávovou selektivitou 40 dB.

Velmi důležitým faktorem je průměrovací (integrační) čas T_A analýzy, který v případě deterministických signálů činí minimálně tři periody analyzovaného signálu. Od tohoto času se odvozuje tzv. prodlévací doba šířky pásma T_D , pro kterou platí

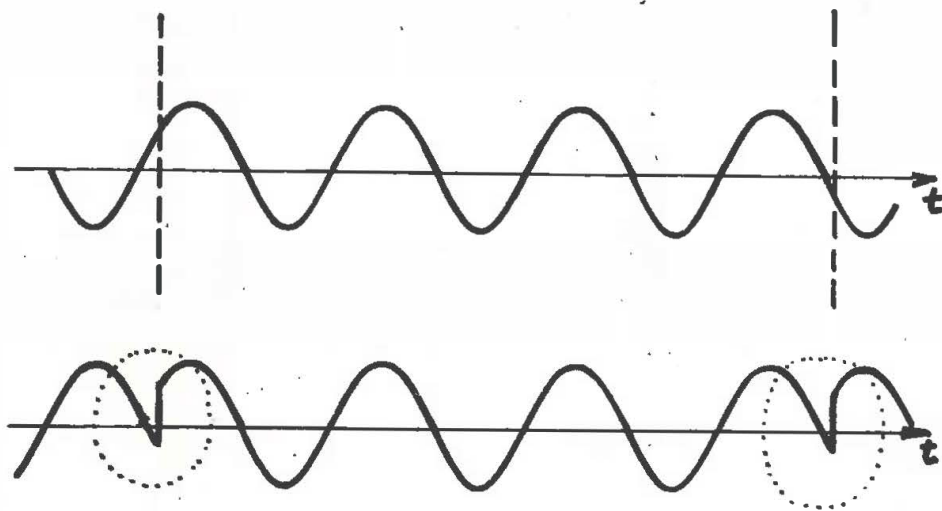
$$T_D \geq 4T_A \quad (44)$$

při faktoru tvaru $> 4,5$. Od této prodlévací doby je potom odvozena rychlost přelaďování filtru S , která může významně ovlivnit výsledky analýzy.

$$S = \frac{B}{T_D} \quad (45)$$

K uvedeným činitelům přistupuje ještě vliv registrace spektra zapisovačem.

Velmi zajímavou metodou frekvenční analýzy je tzv. **rychlá analýza**, která především využívá frekvenční transpozici signálu zrychleným vybavováním z digitální paměti. Tato transpozice, např. v poměru 10:1 umožní zkrácení doby analýzy na $1/10$. Pokud tato transpozice je v podstatně větším poměru, hovoříme o tzv. časové kompresi, viz kap. 10.

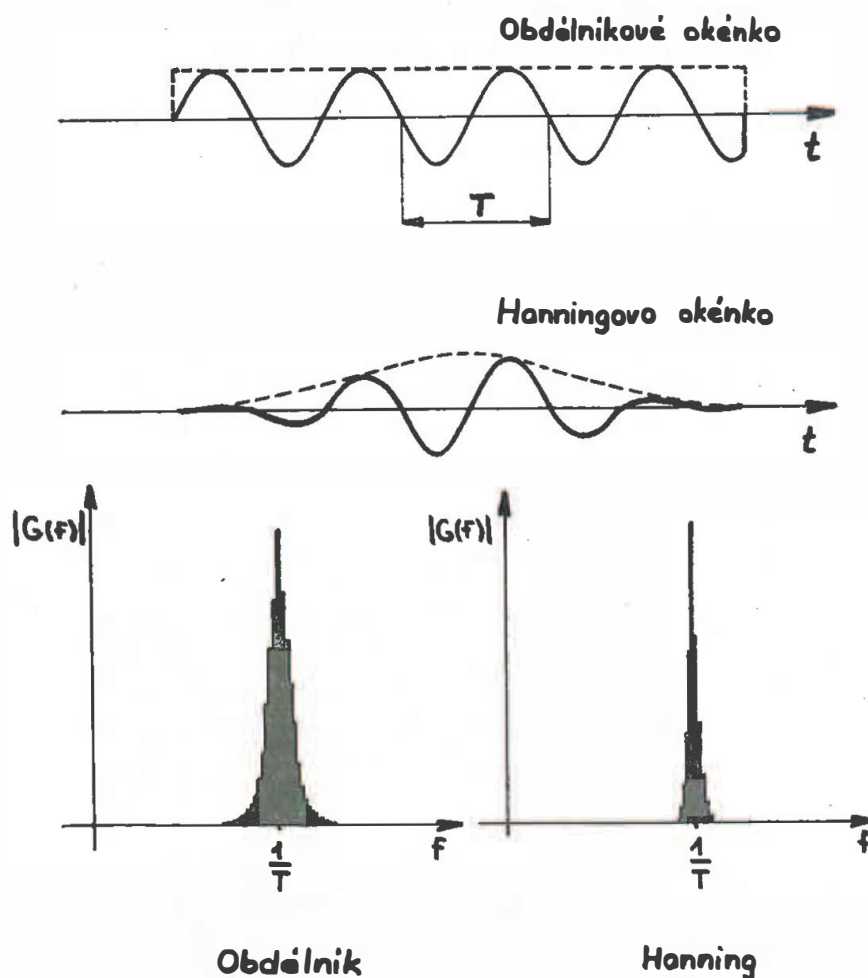


obr. 30

Hudební signál určený k analýze má ve většině případů dobu trvání kratší, než čas potřebný k jejímu provedení. Proto se v případě magne-

tického záznamu uzavírají smyčky z magnetofonového pásku a při uložení signálu v digitální paměti se paměť opakovaně vybavuje. V obou případech dochází v místě uzavření skutečné i pomyslné smyčky k přerušení spojitosti signálu, viz. obr. 30. Tato diskontinuita způsobuje vznik nových (rušivých) složek ve spektru signálu, proto se signál v délce smyčky váhuje např. Gaussovým impulsem, který vzniklou diskontinuitu potlačí. Velmi často používaným typem váhové funkce — okénka např. u analyzátorů s programem FFT je impuls \cos^2 , tzv. Hanningovo okénko. Rozdíl ve znázornění spektrální čáry jednoduchého harmonického kmitu $\sin\omega t$ pro případ váhování obdélníkovým a Hanningovým okénkem je patrný z obr. 31, kde pod váhováním obdélníkovým okénkem rozumíme pouhé vynětí signálu, resp. jeho určité části, viz též kap. 9. Váhování používáme také při analýze nestacionárních kontinuálních signálů.

obr. 31



Tranzientní signály analyzujeme buď stejným způsobem jako deterministické nebo zvlášť analyzujeme každou jejich frekvenční složku. V prvním případě je transient periodicky opakován, za současného plynu-

lého přeladování filtru. V druhém případě je jeho opakování spojeno s přeladováním filtru na jednotlivé frekvenční složky skokem.

Většinu uvedených problémů přímo řeší analyzátory **okamžitého spektra**, u kterých výpočet FFT pro 1024 časových vzorků vstupního signálu a 512 vzorků frekvenčního spektra trvá 0,1 s.

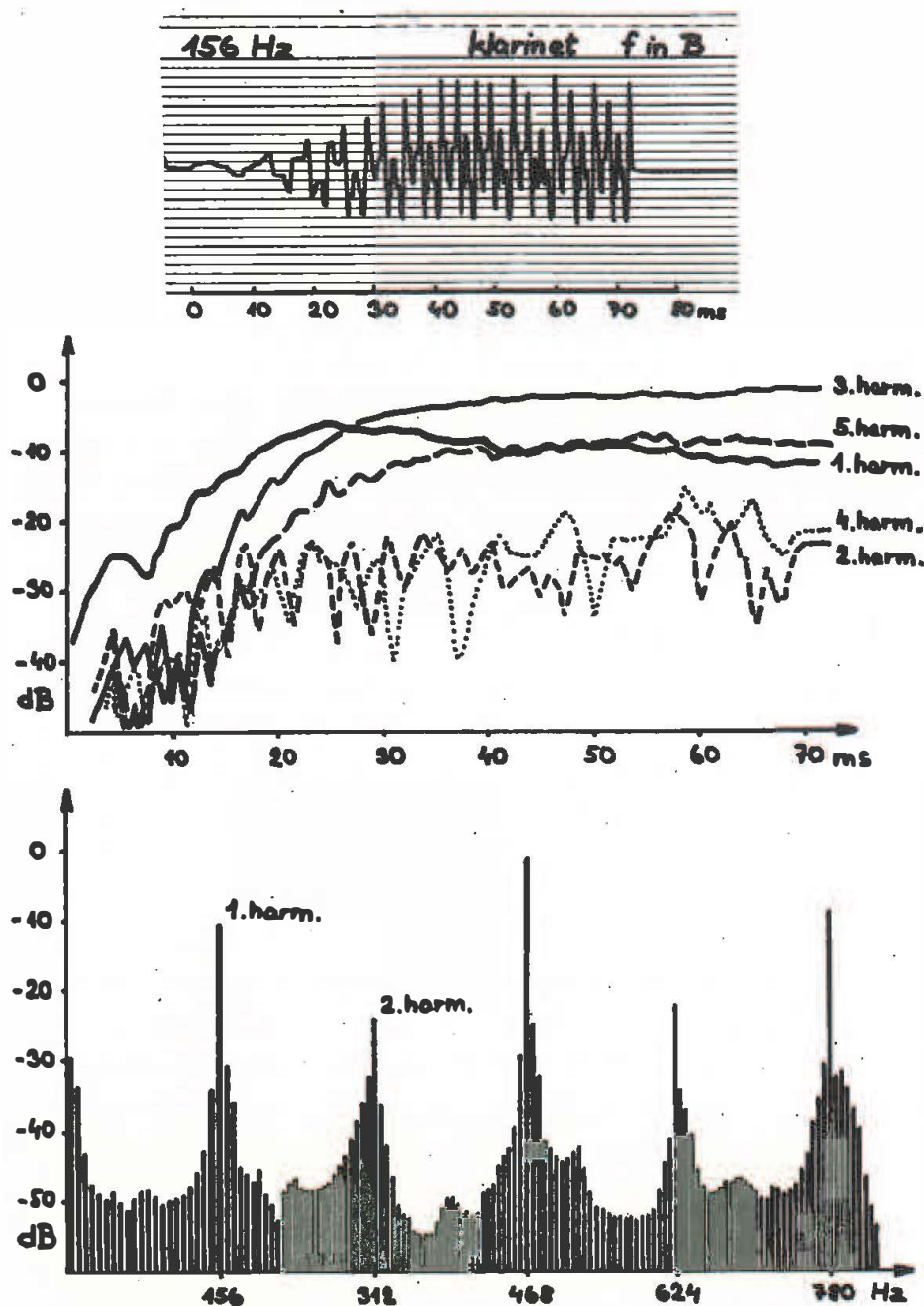
Analýza **časového vývoje spektra** vychází z posuvu spektrálního okénka po časové ose a pro každou jeho polohu se provádí výpočet DFT nebo FFT. Tuto analýzu v komplexní podobě lze realizovat pouze výpočtem [6].

Analýzu **harmonických složek** provádíme na základním intervalu periodicity za použití obdélníkového spektrálního okénka. Jiný typ okénka vnáší v tomto případě do výpočtu nepřipustné zkreslení. Protože však délka okénka odpovídá délce periody, je výhodnější použít pro tento výpočet DFT, aby nebylo nutné přizpůsobovat počet vzorků v okénku mocnině 2. Pro cca 20 harmonických složek je výpočet DFT ještě efektivní. Posuv okénka se řídí dělením časové osy vývoje spektra, maximálně může odpovídat délce okénka. V praxi se však volí podstatně kratší, aby byl podrobně zachycen též vývoj vyšších harmonických.

Při analýze **neharmonických složek**, tj. složek, které se nalézají mezi jednotlivými harmonickými, je zapotřebí zvětšit hustotu spektrálních čar nebo-li prodloužit pomyslně periodicitu analyzovaného signálu. Při 10-ti násobném prodloužení se z původní 1. harmonické při stejném postupu výpočtu stává 10., z 2. harmonické zase 20. atd. Při tomto postupu spektrální čáry nově vzniklých pomyslných harmonických 1. až 9., 11. až 19. atd. pokrývají frekvenčně „prostor“ mezi skutečnými harmonickými a zobrazují tak přítomnost případných neharmonických složek. Čím přesněji je potřeba tyto složky znázornit, tím větší musí být prodloužení pomyslného intervalu periodicity. Tímto způsobem lze též podchytit **neharmonicitu** spektra s požadovanou přesností. Tak např. chceme-li určit harmonicitu s přesností 1 Hz u tónu o frekvenci 100 Hz, musí být interval periodicity, resp. délka spektrálního okénka prodloužena 100 ×. Při této délce okénka mizí ovšem možnost podrobné analýzy časového vývoje spektra jeho posouváním po časové ose. Prodloužení spektrálního okénka přináší s sebou velké zvětšení počtu vstupních časových vzorků, proto se délka okénka volí tak, aby bylo možno použít pro výpočet program FFT. Tato délka obvykle není celistvým násobkem počtu period analyzovaného tónu, proto se vstupní signál váhuje nejčastěji Hanningovým okénkem.

Na obr. 32 je průběh nasazení tónu f B klarinetu a dvě amplitudová frekvenční spektra. Prvé znázorňuje časový vývoj prvních pěti harmonických, druhé ukazuje seskupení neharmonických složek mezi těmito harmonickými.

Obě uvedená spektra mají v sobě odpovídající spektra fázová. Ana-

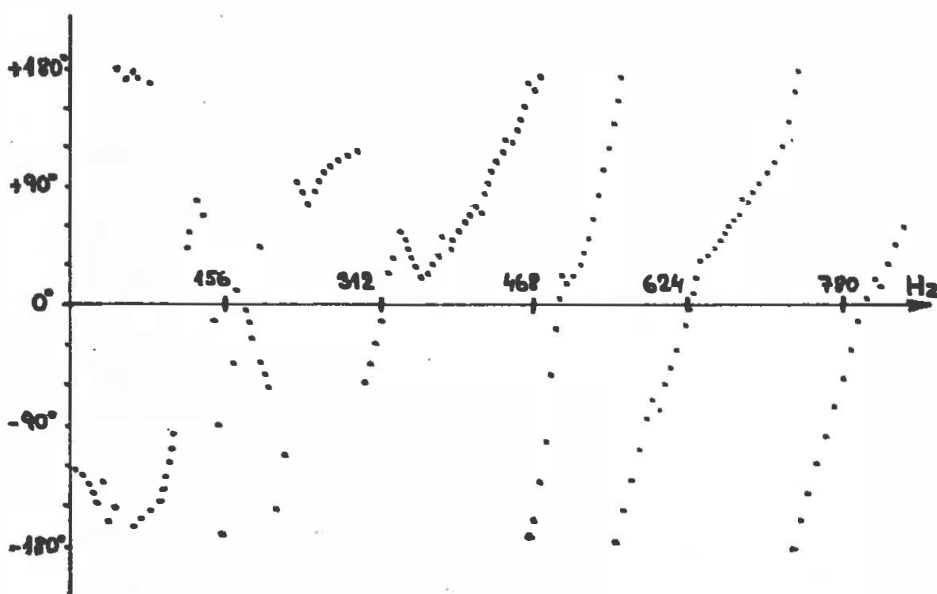
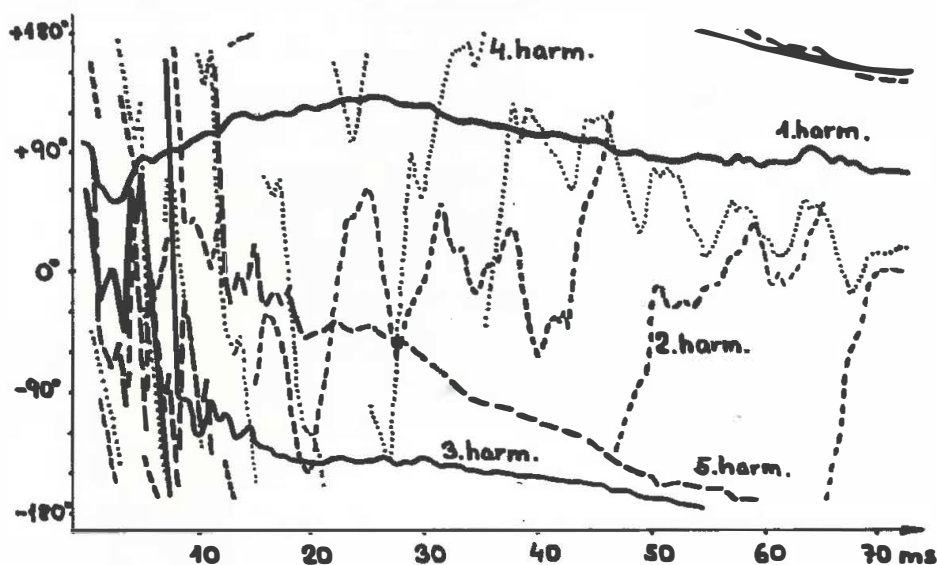


lýza fáze složek nečiní při použití DFT nebo FFT žádné obtíže, pokud je početně zvládnut převod dle vztahu (12). Problémem však zůstává závislost výsledků na poloze vztažného bodu $t = 0$, protože při jeho posuvu po časové ose se mění fazové spektrum, aniž by tyto změny měly původ v kvalitativních změnách signálu. Proto je také nezbytné kompenzovat narůstání fáze vlivem posuvu spektrálního okénka. Další závažnou okolností je rozdílné měřítko fázového posuvu jednotlivých harmonických. Fázový posuv 20° u 1. harmonické, znamená 40° u druhé, 60° u třetí atd. Abychom mohli měřítko sjednotit, musí být fázový úhel odečítán pouze v jedné

(např. kladné) orientaci. Značný problém také nastává při změnách fáze, které v časové závislosti jsou nespojitě. Tyto nespojitosti se často vyskytují při velmi rychlých a současně velkých fázových posuvech, které těžko kvantitativně identifikujeme. Jsou to posuvy větší než 360° , kde nelze jednoznačně určit, zda se jedná o jednu či více otáček vektoru příslušné frekvenční složky.

Obr. 33 přináší fázová frekvenční spektra jako pokračování obr. 32. U spektra časového vývoje fáze je vykompenzován posuv okénka, a sjednoceno měřítko fáze harmonických. U fázového spektra neharmonických složek tónu je výrazná pravidelnost přírůstku fáze těchto složek.

obr. 33



Vedle fáze se používá ve frekvenční analýze také vyjádření závislosti změny fáze na frekvenci, kterou nazýváme **skupinovým zpožděním**

$$\tau(\omega) = - \frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} \quad (46)$$

Otázky **vyhodnocování frekvenčních spekter** hudebních signálů jsou pro svoji rozsáhlost a komplikovanost stále předmětem výzkumu, který podle zaměření lze rozdělit na dva hlavní proudy. První proud představuje fourierovské pojetí mikrostruktury hudebního signálu a druhý zahrnuje nefourierovské metody, které jsou orientovány především na makrostrukturu signálu. Vedle toho existuje řada metod, které se zabývají statistickými vlastnostmi hudebního signálu a statistickým zpracováním jeho vlastností. K nim patří např. dlouhodobě průměrovaná spektra využívající pásmové analýzy na velmi dlouhém časovém intervalu. K zvláštním případům frekvenční analýzy náleží Zoom FFT, která umožňuje expanzi malých úseků spektra, tzv. frekvenční „lupu“. Dále je to např. výkonové kepstrum definované jako výkonové spektrum logaritmu výkonového spektra a používané zejména v analýze řečového signálu a vibrací a další metody.

Ale ani klasická fourierovská analýza neodkryla dosud všechny vztahy a závislosti ve spektru hudebního signálu. Jsou sice známy vlivy uspořádání **amplitudového** spektra na vnímavý charakter tónu či obecného zvuku, ale platnost těchto vztahů je omezená. Řada výzkumů potvrdila, že v dynamice spektra má velký vliv maskování, harmonické vztahy jeho složek a jejich energetické rozdělení; v některých případech mají však větší váhu relativní vztahy než absolutní velikost amplitud i frekvencí. U mnoha analýz musí být použito statistických metod zpracování, např. průměrování, aby se potlačila řada nežádoucích fluktuací. Na druhé straně některé z těchto fluktuací jsou však nositeli určitého charakteristického znaku analyzovaného tónu.

O **fázovém** spektru a jeho významu toho zatím můžeme říci velmi málo. Vedle skutečných fázových vztahů se do tohoto spektra promítají též vztahy frekvenční a vnější vlivy, jako např. fázová zkreslení, změny polohy nástroje vůči měřicímu mikrofону atd. Přesto však už existují poznatky o fázi a jeho spektru, které mají širší platnost. **Souhlasné změny** v časovém vývoji fáze složek spektra ukazují při vyloučení vnějších vlivů na jisté „dotahování“ tónu, které probíhá v oblasti jeho nasazení, ale nejenom v ní. I když těžko se oddělují od sebe závislosti frekvenční a fázové, jak v objektivní tak v subjektivní rovině, jejich podchycení ve fázovém spektru je víc než pouze zajímavé. **Nesouhlasné změny** ve vývoji fáze složek souvisejí se vztahy uvnitř spektra, které mají z největší části svůj původ v mechanismu vzniku tónu a mohou se za určitých okolností stát

typickými. Na příkladu tónu klarinetu je zcela zřetelné, že fáze sudých složek má velice neuspořádaný vývoj, odpovídající vývoji amplitud, vyznačující se extrémními změnami, které se v zakmitaném stavu stanou výraznými fázovými fluktuacemi. Fáze spektra neharmonických složek (bez časové závislosti) přinesla v případě uvedeného tónu klarinetu zajímavý poznatek. **Uspořádání fáze** složek u subjektivně hodnocených tónů jako dobrých bylo velmi pravidelné (viz obr. 33), kdežto u špatných tónů měl průběh fáze složek zcela nahodilý charakter. Tento jev, který je v současné době předmětem rozsáhlého výzkumu, výrazně svědčí o vlivu fáze na kvalitu vjemu hudebního signálu.

Analýza tónu klarinetu na počítači IBM trvala včetně tisku numerických i grafických výsledků cca 1 minutu při analýze harmonických složek použitím výpočtu DFT a ještě kratší dobu při analýze neharmonických složek výpočtem FFT.

Tato studie shrnula současné základní poznatky o struktuře hudebního signálu a metodách jeho analýzy. Všechny uvedené praktické příklady jsou původními výsledky výzkumu hudební akustiky a akustiky hudebních nástrojů prováděného na hudební fakultě AMU. Tento výzkum by však nebylo možno realizovat bez velkého zájmu a podpory vedení fakulty a katedry dechových nástrojů a úzké spolupráce s Ústavem radioelektroniky a elektroniky ČSAV. Proto patří všem zúčastněným velký dík.

Zvláštní dík potom náleží prof. RNDr. Antonínu Špeldovi, DrSc., nositeli Řádu práce a ing. Václavu Čížkovi, CSc. za kritické přečtení rukopisu a podnětné rady a připomínky.

Literatura:

- [1] Čížek Václav, Diskrétní signály a soustavy. skripta ČVUT, Praha 1980
- [2] Martán Fr., Srovnal Ant., Fourierovy řady. skripta ČVUT, Praha 1965
- [3] Randall R. B., Frequency analysis. B&K Naerum 1977
- [4] Syrový Václav, Spektra vybraných funkcí důležitých v hudební akustice. práce kand. min., Praha 1972
- [5] Syrový Václav, Úvod do teorie hudebních signálů a jejich analýzy. přednášky pro PG kurs ČSHN, Praha 1981
- [6] Syrový Václav, Einschwingvorgänge bei Klarinetten und deren Analyse, Sborník „Symposia 79“ Markneukirchen, NDR 1979
- [7] Syrový Václav, Die Methoden der Transzientenanalyse bei der Tönen der Musikinstrumenten, Sborník 18. akustické konference Český Krumlov 1979
- [8] Špelda Ant., Hudební akustika, SPN Praha 1978